

2. gyakorlat

Nevezetes azonosságok, a hatványozás és gyökvonás azonosságai

Hozzuk a lehető legegyszerűbb alakra az alábbi kifejezéseket:

$$1. \text{ a) } \left(\frac{a}{b^2} + \frac{1}{b} + \frac{1}{a} \right) : \left(\frac{a^2}{b^2} - \frac{b}{a} \right) \quad \text{b) } \left(\frac{x^2 + y^2}{x - y} - x + y \right) : \left(\frac{x}{x + y} - \frac{2xy}{y^2 - x^2} \right)$$

$$c) \left(\frac{a^2 - 3ab}{a + b} + b \right) : \left(\frac{a}{a + b} - \frac{b}{b - a} - \frac{2ab}{a^2 - b^2} \right)$$

$$d) \frac{x + y}{x^2 y^2} : \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{2}{x + y} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \right)$$

$$2. \text{ a) } \sqrt[3]{\frac{x^2}{\sqrt{x^3} \cdot \sqrt{x}}} \sqrt[6]{x} \quad \text{b) } \sqrt[3]{x^2 \cdot \sqrt{x^{-4}} \cdot \sqrt{x^{-7}}} \cdot \frac{\sqrt{x^3}}{\sqrt[4]{x}}$$

$$c) \frac{\sqrt{x^{-3}} \cdot \sqrt{x^7} \cdot \sqrt{x^{-4}}}{\sqrt{x^{-3}} \cdot \sqrt{x^{-1}} \cdot \sqrt[3]{x^8}} \quad \text{d) } \sqrt{x^{-1} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x}}$$

Hozzuk a lehető legegyszerűbb alakra az alábbi kifejezéseket:

$$3. (x^2 - 1) \left(\frac{1}{x - 1} - \frac{1}{1 + x} + 2 \right)$$

$$4. \text{ a) } \frac{x + 2}{x - 3} \left(\frac{3}{x^2 - 4} - \frac{x}{x^2 - 2x} + \frac{x + 3}{x^2 + 2x} \right) \quad \text{b) } \frac{x^2 - 9}{x^2 - 3x} : \frac{x^2 + 6x + 9}{x^4 - 9x^2}$$

$$5. \text{ a) } \frac{(x^3 - 3x^2 + 3x - 1)(x^3 + x^2 + x + 1)}{(x - 1)(x^4 - 1)} \quad \text{b) } \frac{1}{x - 1} + \frac{2}{x^2 - 1} + \frac{1}{x + 1}$$

$$6. \text{ a) } \frac{(x - 1)(x^2 + 3x + 2)}{(1 - x^2)(x + 2)} \quad \text{b) } \left(\frac{1}{x^2 - 1} - \frac{1}{(x^2 - 1)(x + 2)} \right) \left(1 + \frac{2}{x} \right)$$

$$7. \text{ a) } \frac{\sqrt[4]{a^{12} b^{16}}}{\sqrt[3]{a^6} \sqrt[4]{b^{12}}} \quad \text{b) } \frac{\sqrt{a^4} \sqrt{b^5}}{\sqrt[4]{b^3} \sqrt{a^{24}}}$$

$$8. \text{ a) } \left(\frac{a^4 b^5}{c^2 d^{-2}} \right)^3 : \left(\frac{a^3 b^7}{c^{-2} d^{-5}} \right)^2 \quad \text{b) } \left(\frac{a^{-7} b^3}{c^4 d^{-3}} \right)^{-1} \cdot \left(\frac{a^{-2} b}{c^2 d^{-4}} \right)^3$$

$$9. \frac{\sqrt[3]{x^2 \sqrt[4]{x \sqrt{x^7}}}}{\sqrt[4]{x^2 \sqrt[3]{x^5}}}$$

$$10. \sqrt[3]{\frac{a^8 b^{-2} c^7}{d^2} : \frac{a^{-10} c^4}{b^5 d^5}}$$

$$11. \frac{\sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[8]{x^5} \cdot \sqrt[3]{y}}{\left(x^{\frac{1}{4}}\right)^3 \cdot y^{\frac{2}{5}}}$$

$$12. \frac{6^{n+1} + 5 \cdot 3^{n+1}}{10^{n+1} + 5^{n+2}}$$

Számítsuk ki a következő kifejezések értékét:

$$13. \frac{\sqrt{\sqrt{2} + 1} + \sqrt{\sqrt{2} - 1}}{\sqrt{\sqrt{2} + 1} - \sqrt{\sqrt{2} - 1}}$$

$$14. \left(\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} + \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} \right)^2$$

$$15. \sqrt{7 + \sqrt{40}} \cdot \sqrt{7 - 2\sqrt{10}}$$

$$16. \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

A logaritmus fogalma

Számítsuk ki a következő kifejezések értékét!

$$1. \text{ a) } \lg \sqrt[3]{1000}$$

$$\text{b) } \log_2 0,25$$

$$\text{c) } \log_3 \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$$

$$\text{d) } \ln \frac{1}{e^4}$$

$$2. \text{ a) } \left(\frac{1}{9}\right)^{\log_{\sqrt{3}} 5}$$

$$\text{b) } 0,25^{\log_2 3}$$

$$\text{c) } 3^{\log_{\frac{1}{3}} 2}$$

$$3. \text{ a) } 3^{2 - \log_3 10}$$

$$\text{b) } \left(\sqrt{2}\right)^{3 - \log_2 10}$$

$$\text{c) } 8^{\log_2 6 - 2}$$

$$4. \text{ a) } \sqrt{25^{1 - \log_5 10}}$$

$$\text{b) } \left(\frac{\sqrt{10}}{10}\right)^{\lg 9 - 2}$$

$$\text{c) } 49^{1 - \log_7 2}$$

$$5. \text{ a) } 5^{-\log_5 4}$$

$$\text{b) } \left(\frac{1}{49}\right)^{\log_{\sqrt{7}} 2}$$

$$\text{c) } 0,25^{\log_{16} 25}$$

$$6. \text{ a) } 100^{\lg 5}$$

$$\text{b) } 3^{1 + \log_9 4 - \log_{\frac{1}{3}} 5}$$

$$\text{c) } \frac{2}{10^{-\lg 3}}$$

$$7. \text{ Fejessük ki } A\text{-t a következő kifejezésből: } q = \frac{\lg A - \lg C}{\lg 5}$$

$$8. \text{ Fejessük ki } q\text{-t a következő kifejezésből: } 2^p \cdot 5^q = 10$$

Arány- és százalékszámítás

1. Egy 50 cm sugarú kör sugarát 10 cm-rel csökkentjük. Hány százalékkal csökken a területe?

2. Egy kabát árát 20%-kal csökkentették. Hány százalékkal kell emelni ennek a kabátnak az új árát, hogy újra az eredeti érat kapjuk?

3. Gyorsan romló eper kilóját a zöldséges először 20%-kal, majd 30%-kal árazta le. Mennyit fizettünk volna egy kiló eperért eredetileg, ha a leárazások után 700 forintért vettünk egy kilót?
4. A ló 1 hónap alatt eszik meg egy kocsi szénát, a kecske 2 hónap alatt, a juh 3 hóna alatt. Hány hónap alatt eszik meg egy kocsi szénát a ló, a kecske és a juh együtt?
5. Fényszűrő lemezeket raknak egymás mögé. Az első elnyeli a ráeső fényenergia 30%-át, a második a ráeső fényenergia 50%-át, a harmadik pedig a ráeső energia 20%-át. A három lemez együttesen az eredeti fénysugár energiájának hány százalékát nyeli el?
6. Egy fenyőerdő faállománya jelenleg 8000 fa. Minden évben kivágják az állomány 20%-át, de ültetnek 800 új fát is. Feltéve, hogy az állomány egyéb okból nem változik, hány fából állt a faállomány két évvel ezelőtt?
7. Lola, az elefánt, ha nagyon szomjas, akkor testtömegének 84%-a víz. Itatás utána 1600 kg-ot nyom, és ekkor testtömegének 85%-a víz. Hány kg-os Lola, amikor nagyon szomjas?
8. 100 literes tartályba egy csapon át 10%-os oldat folyik 5 liter/perc sebességgel. 5 perc elteltével egy másik csapot is kinyitnak, amelyből már 20%-os oldat folyik 10 liter/perc sebességgel. Hány százalékos lesz az oldat akkor, amikor a két csap feltölti a teljes tartályt?

Eredmények

Nevezetes azonosságok, a hatványozás és gyökvonás azonosságai

1. a) $\frac{1}{a-b}$ b) $2y$ c) $a-b$ d) $\frac{1}{x+y}$ 2. a) $x^{\frac{1}{4}}$ b) $x^{\frac{3}{2}}$ c) $x^{\frac{5}{12}}$ d) $x^{-\frac{1}{6}}$
3. $2x^2$ 4. a) $\frac{2}{x(x-2)}$ b) $x(x-3)$ 5. a) $x-1$ b) $\frac{2}{x-1}$ 6. a) -1 b) $\frac{1}{x(x-1)}$
7. a) ab^3 b) $a^{-1}b^{\frac{1}{2}}$ 8. a) $a^6bc^{-2}d^{-4}$ b) $ac^{-2}d^9$ 9. $x^{\frac{1}{8}}$ 10. d^6bcd 11. $x^{\frac{1}{8}}y^{-\frac{1}{5}}$ 12. $\left(\frac{3}{5}\right)^{n+1}$
13. $\sqrt{2}+1$ 14. 12 15. 3 16. 5

A logaritmus fogalma

1. a) 1 b) -2 c) $-\frac{1}{3}$ d) -4 2. a) $\frac{1}{625}$ b) $\frac{1}{9}$ c) $\frac{1}{2}$ 3. a) $\frac{9}{10}$ b) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ c) $\frac{27}{8}$
4. a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{10}{3}$ c) $\frac{49}{4}$ 5. a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{16}$ c) $\frac{1}{5}$ 6. a) 25 b) 30 c) 6
7. $A=5^qC$ 8. $q=\frac{1-p\lg 2}{\lg 5}$

Arány- és százalékszámítás

1. 36 %-kal 2. 25 %-kal 3. 1250 Ft 4. $\frac{6}{11}$ 5. 72 %-át 6. 10250 7. 1500 kg 8. 15 %