

# Matematika érettségi felkészítő

2021.03.31.

forrás: <https://www.studiumgenerale.net/matek-erettsegik/>

Síkgeometria emelt - megoldások: 2.,15.,19.,22.,26.,30.,37.

[https://www.studiumgenerale.net/wp-content/uploads/2002-20XX/Emelt/334-369%20-%20S%C3%ADkgeometria\\_mo.pdf](https://www.studiumgenerale.net/wp-content/uploads/2002-20XX/Emelt/334-369%20-%20S%C3%ADkgeometria_mo.pdf)

1) Az ABC derékszögű háromszög BC befogójának hossza 18 cm, a CA befogójának hossza 6 cm.

a) Mekkora a háromszög hegyesszögei? (3 pont)

A BC befogó egy P belső pontját összekötjük az A csúccsal. Tudjuk még, hogy  $PB = PA$ .

b) Milyen hosszú a PB szakasz? (6 pont)

Állítsunk merőleges egyenest az ABC háromszög síkjára C pontban! A merőleges egyenes D pontjára teljesül, hogy  $CD = 15$  cm.

c) Mekkora az ABCD tetraéder térfogata? (4 pont)

2) A Csendes-óceán egyik kis szigetétől keletre, a szigettől 16 km távolságban elsüllyedt egy föld körüli úton járó vitorlás. A legénység egy mentőcsónakban segítségre vár, a náluk lévő jeladó készülék hatósugara mindössze 6 km. Amikor a vitorlás elsüllyedt, akkor a szigettől délre, a szigettől 24 km távolságra volt egy tengerjáró hajó. Ez a hajó állandóan északkeleti irányba halad, a hajótörtek pedig a vitorlás elsüllyedésének helyéről folyamatosan küldik a vészjeleket.

a) Igazolja, hogy a tengerjáró legénysége észlelheti a segélykérő jelzést! (7 pont)

Egy 1,5 km magasságban haladó repülőgép éppen a sziget felett van, amikor a repülőgép fedélzeti műszerei észlelik a tengerjáró hajót, amely a vitorlás elsüllyedése óta 20 km-t tett meg.

b) Mekkora depresszió szög (lehajlási szög) alatt észlelik a műszerek a tengerjárót? Válaszát fokban, egészre kerekítve adja meg! Számításai során a Föld görbületétől tekintsen el! (7 pont)

3) Az ABCDEF szabályos hatszögben a rövidebb átló hossza  $5\sqrt{2}$ .

a) Számolja ki a hatszög területének pontos értékét! (6 pont)

b) Az ABCDEF hatszög oldalfelező pontjai által meghatározott szabályos hatszög területét jelölje  $t_1$ , a  $t_1$  területű hatszög oldalfelező pontjai által meghatározott szabályos hatszög területét  $t_2$ , és így tovább, képezve ezzel a  $\{t_n\}$  sorozatot. Számítsa ki a  $\lim_{n \rightarrow \infty} (t_1 + t_2 + \dots + t_n)$  határértékét! (Pontos értékkel számoljon!) (10 pont)

4) Egy televíziókészülék termékleírásában szereplő „16:9-es típus” azt adja meg, hogy mennyi a téglalap alakú tv-képernyő két szomszédos oldalhosszának aránya, a „40 colos” jellemző pedig a képernyő átlójának a hosszát adja meg col-ban (1 col  $\approx$  2,54 cm ).

a) Számítsa ki a 40 colos, 16:9-es képernyő oldalainak hosszát! Válaszát cm-ben, egy tizedesjegyre kerekítve adja meg! (6 pont)

b) Két 16:9-es képernyő közül az elsőnek 69%-kal nagyobb a területe, mint a másodiknak. Hány százalékkal nagyobb az első képernyő átlója, mint a másodiké? (5 pont)

5)

a) A PQRS húrnégyszöget a PR és a QS átlók megrajzolásával négy háromszögre bontottuk. Igazolja, hogy ezek közül a két-két szemközti háromszög hasonló egymáshoz! (4 pont)

Az ABCD húrnégyszög AB oldala a négyszög körülírt körének egyik átmérője. A négyszög BC oldala 3 cm, a CD oldala 5 cm hosszú, továbbá  $\angle BCD = 120^\circ$ .

b) Számítsa ki a négyszög BD átlójának, AB oldalának és AD oldalának hosszát, valamint a négyszög többi szögét! (10 pont)

6) Egy háromszög oldalainak hossza 7 cm, 9 cm és 11 cm.

a) Igazolja, hogy a háromszög hegyesszögű! (5 pont)

Egy derékszögű háromszög oldalainak centiméterben mért hossza egy számtani sorozat három egymást követő tagja.

b) Igazolja, hogy a háromszög oldalainak aránya 3 : 4 : 5. (5 pont)

c) Ennek a derékszögű háromszögnek a területe  $121,5 \text{ cm}^2$ . Számítsa ki a háromszög oldalainak hosszát! (3 pont)

7)

a) Döntse el, hogy igaz-e a következő állítás! Válaszát indokolja! (4 pont) Ha egy háromszög két magassága egyenlő hosszúságú, akkor a háromszög egyenlő szárú.

Egy háromszögben a szokásos jelölésekkel  $a = 3$ ,  $b = \sqrt{27}$  és  $\beta = 2\alpha$ .

b) Számítsa ki a háromszög szögeit! (5 pont)

Az egységnyi oldalú, szabályos ABC háromszögbe olyan PQRS téglalapot írunk, melynek PQ oldala az AB oldalra illeszkedik, R a BC oldal pontja, S pedig a CA oldalé.

c) Határozza meg a PQRS téglalap területének maximális értékét! (7 pont)