Matematika érettségi felkészítő

2021. április 14.

1.)
Egy növekedő számtani sorozat első három tagjának összege 60. Az első tagot 64-gyel növelve, a másik két tagot változatlanul hagyva, egy mértani sorozat első három tagjához jutunk. Mennyi a két sorozat első három tagja?

(Emelt matematika érettségi, 2005)

2.)

Egy mértani sorozat első három tagjának összege 91. A hatodik, a hetedik és a nyolcadik tag összege 2912. Hány tizenhárom-jegyű tagja van a sorozatnak?

(Emelt matematika érettségi, 2010)

3.)

a) Legyen (a_n) egy mértani sorozat, melynek első tagja 5, hányadosa 3.

Mennyi a valószínűsége, hogy ha ennek a mértani sorozatnak az első 110

tagjából egyet véletlenszerűen kiválasztunk, akkor a kiválasztott tag 11-gyel

osztva 1 maradékot ad?

b) Legyen (b_n) egy számtani sorozat, amelynek az első tagja 5, és a differenciája 3.

Mekkora a valószínűsége, hogy ha ennek a számtani sorozatnak az első 110

tagjából egyet véletlenszerűen kiválasztunk, akkor a kiválasztott tag 11-gyel

osztva 1 maradékot ad?

(Emelt matematika érettségi, 2006)

4.)

Egy növekvő számtani sorozat első három tagjából álló adathalmaz szórásnégyzete 6.

a) Igazolja, hogy a sorozat differenciája 3-mal egyenlő!

András, Barbara, Cili, Dezső és Edit rokonok. Cili 3 évvel idősebb Barbaránál, Dezső

6 évvel fiatalabb Barbaránál, Edit pedig 9 évvel idősebb Cilinél. Dezső, Barbara és Edit

életkora (ebben a sorrendben) egy mértani sorozat három egymást követő tagja, András, Barbara és Cili életkora (ebben a sorrendben) egy számtani sorozat három szomszédos tagja.

b) Hány éves András?

(Emelt matematika érettségi, 2014)

5.)

Egy adatsokaság hét pozitív egész számból áll. Az adatsokaságnak két módusza van, a 71 és a 75. Az adatsokaság mediánja 72, az átlaga 73, a terjedelme pedig 7.

a) Határozza meg a hét számot!

A 72-nek és az n pozitív egész számnak a legkisebb közös többszöröse 27 720.

b) Határozza meg az n lehetséges értékeinek számát, és adja meg az n legkisebb lehetséges értékét!

(Emelt matematika érettségi, 2018)

6.)

Legyen n pozitív egész. Adottak az alábbi sorozatok:

$\{a_n\}$, ahol $a_n = (-2)^n + 2^n$;

$\{b_n\}$, ahol $b_n = |n-23| - |n-10|$;

$\{c_n\}$, ahol $c_n = \left(\sin\left(\frac{\pi}{2}\cdot n\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2}\cdot n\right)\right)^2$.

Vizsgálja meg mindhárom sorozatot korlátosság és monotonitás szempontjából! Válaszoljon mindhárom esetben, hogy a sorozat korlátos vagy nem, illetve monoton vagy nem! (Válaszait indokolja!) Korlátos sorozat esetében adjon meg egy alsó és egy felső korlátot!

(Emelt matematika érettségi, 2008)

7.)

Egy baktériumtenyészet szaporodását laboratóriumi körülmények között vizsgálják. Az első órában 4 mikrocellát fertőznek meg baktériumokkal. A második órában a baktériumok szaporodni kezdenek, így további 3 cella fertőződik meg. A megfigyelés szerint ezután „szabályszerűvé” válik a baktériumok szaporodása: minden órában annyi új fertőzött cella keletkezik, ahány korábban összesen volt. (A harmadik órában 4 + 3 = 7 új fertőzött mikrocella keletkezik, a negyedik órában 14, és így tovább.)

a) Ha a baktériumok szaporodásához továbbra is biztosítanák a megfelelő körülményeket, akkor az összes fertőzött mikrocella száma hányadik órában haladná meg a tízmilliót?

A biológiaórán egy kezdetben tízmilliós baktériumhalmaznak a környezethez való alkalmazkodását modellezik a tanulók. Egy szabályos dobókockával dobnak, és ha a dobás eredménye 1, 2 vagy 3, akkor egymillió baktérium elpusztul. Ha a dobás eredménye 4 vagy 5, akkor nem történik semmi. Ha a dobás eredménye 6, akkor újabb egymillió baktérium keletkezik. A dobást többször egymás után megismétlik.

b) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy hét dobás után a baktériumok száma legfeljebb ötmillió lesz!

(Emelt matematika érettségi, 2017)

8.)

Egy pénzintézet a tőle felvett H forint összegű hitel visszafizetésekor havi p%-os kamattal számol ($p > 0$), ezért az adós havi törlesztőrészletét a $t_n = H \cdot \frac{q^n (q-1)}{q^n - 1}$ képlettel számítja ki (minden hónapban ekkora összeget kell visszafizetni). A képletben $q = 1 + \frac{p}{100}$, az n pedig azt jelenti, hogy összesen hány hónapig fizetjük a törlesztőrészleteket (ez a hitel futamideje).

a) Fogyasztási cikkek vásárlására 1,6 millió forint hitelt vettünk fel a pénzintézettől; a havi kamat 2%. Összesen hány forintot fizetünk vissza, ha 72 hónap alatt törlesztjük a felvett hitelt? Válaszát ezer forintra kerekítve adja meg!

b) Legkevesebb hány hónapos futamidőre vehetünk fel egy 2 millió forintos hitelt, ha legfeljebb 60 ezer forintot tudunk havonta törleszteni, és a havi kamat 2%-os?

c) Számítsa ki a $\lim_{n \to \infty} t_n$ határértéket, ha $q = 1{,}02$ és $H = 2\,000\,000$.

(Emelt matematika érettségi, 2015)