

BME TTK Érettségi Felkészítő 2022

IX. Alkalom

Vektorműveletek, egyenesek, egyenletrendszerek

2022. április 20.

Kidolgozós feladatok

1. Az \underline{a} és \underline{b} vektor koordinátái a t valós paraméter függvényében:

$$\underline{a}(\cos t; \sin t) \text{ és } \underline{b}(\sin^2 t; \cos^2 t)$$

(2009. október 20.)

a) Adja meg \underline{a} és \underline{b} vektorok koordinátáinak pontos értékét, ha:

$$t = \frac{5\pi}{6}$$

b) Mekkora az \underline{a} és \underline{b} vektorok hajlásszöge, ha

$$t = \frac{5\pi}{6}$$

? (A keresett szöget fokban, egészre kerekítve adja meg!)

c) Határozza meg t olyan valós értékeit, amelyek esetén \underline{a} és \underline{b} vektorok merőlegesek egymásra!

2. Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amelyik illeszkedik a $P(2;5)$ pontra, valamint az $x + y = 4$ és $x + y = 6$ egyeneseket olyan pontokban metszi, amelyek első koordinátájának különbsége 3. (2011. október 18.)

3. Oldja meg a valós számpárok halmazán az alábbi egyenletrendszert!
(2005. október 25.)

$$\left. \begin{aligned} \log_x(x^2 y^3) + \log_y(x^3 y) &= 9 \\ \cos(x + y) + \cos(x - y) &= 0 \end{aligned} \right\}$$

4. Igazolja, hogy az alábbi négy egyenlet közül az a) és b) jelű egyenletnek pontosan egy megoldása van, a c) és d) jelű egyenletnek viszont nincs megoldása a valós számok halmazán! (2009. május 5.)

a)
$$\frac{2x^2 + x - 10}{2^{x-1} - 2} = 0$$

b)
$$\sqrt{x+16} + \sqrt{x-9} = 5$$

c)
$$\lg(x^2 + x - 6) = \lg(1 - x^2)$$

d)
$$\sin x - 1 = \sqrt{\lg(\cos^2 x - 1,5 \cos x)}$$

5. Adott az $x^2 - (4p + 1)x + 2p = 0$

másodfokú egyenlet, ahol p valós paraméter. (2020. május 5.)

- a) Igazolja, hogy bármely valós p érték esetén az egyenletnek két különböző valós gyöke van!
- b) Ha az egyenlet egyik gyöke a 3, akkor mennyi a másik gyöke?
- c) Határozza meg a p paraméter értékét úgy, hogy az egyenlet gyökeinek négyzetösszege 7 legyen!

6. (2017. május 9.)

a) Oldja meg az alábbi egyenletrendszert, ahol x és y pozitív valós számok!

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 0,2 \\ \frac{\lg x + \lg y}{2} = \lg \frac{x + y}{2} \end{array} \right\}$$

b) Oldja meg a $[-\pi; \pi]$ halmazon a $2\sin^2 x - \cos x = 2$ egyenletet!