

# Matematika érettségi felkészítő

2021.04.28.

1.)

a) Ábrázolja a  $[0;6]$  intervallumon értelmezett,  $x \rightarrow \frac{1}{2}|x-4|+3$  hozzárendelési szabállyal megadott függvényt!

b) Állapítsa meg a függvény értékkészletét!

c) Forgassuk meg a  $[0;4]$  intervallumra leszűkített függvény grafikonját az  $x$  tengely körül! Számítsa ki az így keletkezett forgástest felszínét!

(Emelt matematika érettségi 2005)

2.)

Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet!

$$\sqrt{\sin^2 x - 4\sin x + 4} + \sqrt{\sin^2 x + 4\sin x + 4} = \sqrt{\sin^2 x + 7\sin x + 12,25}$$

(Emelt matematika érettségi 2005)

3.)

A PQRS négyszög csúcsai:  $P(3; -1)$ ,  $Q(1; 3)$ ,  $R(-6; 2)$  és  $S(-5; -5)$ . Döntse el, hogy az alábbi három állítás közül melyik igaz és melyik hamis! Tegyen \* jelet a táblázat megfelelő mezőibe! Válaszait indokolja, támassza alá számításokkal!

a) A állítás: A PQRS négyszögnek nincs derékszöge.

b) B állítás: A PQRS négyszög húrnégyszög.

c) C állítás: A PQRS négyszögnek nincs szimmetriacentruma.

	igaz	hamis
A		
B		
C		

(Emelt matematika érettségi 2006)

4.)

Oldja meg az alábbi egyenletrendszert, ahol  $x$  és  $y$  valós számok!

$$\left. \begin{array}{l} 10^y = x - 3 \\ \lg(x^2 - 4x + 3) = 2y + 1 \end{array} \right\}$$

(Emelt matematika érettségi 2006)

5.)

Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet!

$$\frac{x^2 - 10x - 24}{x^2 - x - 6} = \sin \frac{\pi}{2} - \lg 1 + 2^{\log_2 9}$$

(Emelt matematika érettségi 2007)

6.)

a) Ábrázolja a  $[0;6]$  intervallumon értelmezett  $x \rightarrow x^2 - 8x + 11$  hozzárendelési szabállyal megadott függvényt!

b) Adja meg az  $y = x^2 - 8x + 11$  egyenlettel megadott alakzat  $P(5; -4)$  pontjában húzott érintőjének egyenletét!

(Emelt matematika érettségi 2007)

7.)

Egy urnában csak piros, zöld és kék golyók vannak. A piros golyók száma 18. Egy golyó kihúzása esetén annak a valószínűsége, hogy nem piros golyót (azaz zöldet vagy kéket) húzunk  $1/15$ -del kisebb, mint azé, hogy zöld vagy piros golyót húzunk. Annak a valószínűsége viszont, hogy kék vagy piros golyót húzunk  $11/10$ -szer nagyobb, mint annak a valószínűsége, hogy zöld vagy piros golyót húzunk. Hány zöld és hány kék golyó van az urnában?

(Emelt matematika érettségi 2008)

8.)

Egy háromszög két oldalegyenese: az  $x$  tengely, valamint az  $y = 4/3 x$  egyenletű egyenes. Ismerjük a háromszög beírt körének egyenletét is:  $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 4$ . Írja fel a háromszög harmadik oldalegyenesének egyenletét, ha a háromszög egyenlő szárú, és

a) az alapja az  $x$  tengelyre illeszkedik;

b) az adott oldalegyenesek a háromszög száregyenesei!

(Emelt matematika érettségi 2008)

9.)

Annának az IWIW-en 40 ismerőse van. (Az IWIW weboldalon lehetőség van az egymást ismerő emberek kapcsolatfelvételére. Ebben a feladatban minden ismeretséget kölcsönösnek tekintünk.) Anna ismerőseinek mindegyike Anna többi ismerőse közül pontosan egyet nem ismer.

- a) A szóba került 41 ember között összesen hány ismeretség áll fenn?
- b) Mekkora annak a valószínűsége, hogy Anna 40 ismerőse közül véletlenszerűen választva kettőt, ők ismerik egymást?
- c) Válasszunk most a 41 személy közül véletlenszerűen kettőt! Mennyi a valószínűsége, hogy nem ismerik egymást?

(Emelt matematika érettségi 2008)

10.)

- a) Egy derékszögű háromszög egyik oldalegyenese valamelyik koordinátatengely, egy másik oldalegyenesének egyenlete  $2x + y = 10$ , egyik csúcsa az origó. Hány ilyen tulajdonságú háromszög van? Adja meg a hiányzó csúcsok koordinátáit!
- b) Jelölje  $e$  azokat az egyeneseket, amelyeknek egyenlete  $2x + y = b$ , ahol  $x + y = b$ , ahol  $b$  valós paraméter. Mekkora lehet  $b$  értéke, ha tudjuk, hogy van közös pontja az így megadott  $e$  egyenesnek és az origó középpontú, 4 egység sugarú körnek?

(Emelt matematika érettségi 2009)

11.)

Igazolja, hogy az alábbi négy egyenlet közül az a) és b) jelű egyenletnek pontosan egy megoldása van, a c) és d) jelű egyenletnek viszont nincs megoldása a valós számok halmazán!

a) 
$$\frac{2x^2 + x - 10}{2^{x-1} - 2} = 0$$

b) 
$$\sqrt{x+16} + \sqrt{x-9} = 5$$

c) 
$$\lg(x^2 + x - 6) = \lg(1 - x^2)$$

d) 
$$\sin x - 1 = \sqrt{\lg(\cos^2 x - 1,5 \cos x)}$$

(Emelt matematika érettségi 2009)

12.)

Öt egyetemista: Bence, Kati, Márta, Pali és Zoli nyáron munkát szeretne vállalni egy üdülőhelyen. A helyi újságban több megfelelőnek látszó munkahelyet is találtak, mégpedig a következőket: három éttermet, amelyekbe csak fiúkat, két fodrászatot, amelyekbe csak lányokat vesznek fel és két fagyizót, amelyekbe viszont alkalmaznak fiúkat és lányokat is. (Egyik munkahelyen sincs létszámkorlátozás.)

a) Hányféleképpen helyezkedhet el az öt fiatal, ha mind az öten egymástól függetlenül döntenek az állásokról, és minden fiatal csak egy állást vállal? (Az azonos típusú munkahelyeket is megkülönböztetjük.)

b) Hányféleképpen helyezkedhet el az öt fiatal, ha a 2 lány nem akar ugyanazon a munkahelyen dolgozni, és a 3 fiú közül is bármelyik kettő különböző munkahelyre szeretne menni? Bence, Kati, Pali és Zoli asztaliteniszben körmérkőzést akarnak játszani. (A körmérkőzés azt jelenti, hogy mindenki mindenkivel pontosan egy mérkőzést játszik.) Az első este csak három mérkőzést játszanak le.

c) Hányféle lehet a három mérkőzésben a játékosok párosítása, ha tudjuk, hogy négyük közül pontosan két játékos két-két mérkőzést játszott?

(Emelt matematika érettségi 2009)

13.)

Az ABCD konvex négyszög oldalegyeneseinek egyenlete rendre:

DA:  $3x - 4y - 20 = 0$ , AB:  $3x + 5y - 20 = 0$ , BC:  $4x - 3y + 12 = 0$ , CD:  $5x + 3y + 15 = 0$ .

a) Igazolja, hogy a négyszög átlói az x és az y tengelyre illeszkednek, továbbá hogy ennek a négyszögnek nincsen derékszöge!

b) Bizonyítsa be, hogy ez a négyszög húrnégyszög!

(Emelt matematika érettségi 2010)

14.)

a) Peti levelet írt négy barátjának, Andrásnak, Bélának, Csabának és Daninak, és mindenkinek 1-1 fényképet is akart küldeni a nyaralásról. A négy fénykép különböző volt, és Peti mindegyikük hátlapjára ráírta, kinek szánja. A fényképeket végül figyelmetlenül rakta borítékba, bár mindenki kapott a levelében egy fényképet is.

a1) Hányféleképpen fordulhat elő, hogy csak Andris kapja azt a fényképet, amelyen a saját neve szerepel?

a2) Melyik esemény bekövetkezésének nagyobb a valószínűsége: – senki sem kapja azt a fényképet, amelyet Peti neki szánt; vagy – pontosan egyikük kap olyan fényképet, amelyen a saját neve szerepel?

b) Egy szabályos érme egyik oldalán a 6-os, a másikon pedig a 4-es számjegy látható. Az érmét négyszer egymás után feldobjuk, és a dobott számokat összeadjuk. Milyen értékeket kaphatunk összeg gyanánt? Az egyes összegek dobásának mekkora a valószínűsége?

(Emelt matematika érettségi 2010)

15.)

Adott a síkbeli derékszögű koordináta-rendszerben az  $x^2+y^2+6x+4y-3=0$  egyenletű kör. Ebbe a körbe szabályos háromszöget írunk, amelynek egyik csúcsa  $A(1; -2)$ .

a) Számítsa ki a szabályos háromszög másik két csúcsának koordinátáit! Pontos értékekkel számoljon!

b) Véletlenszerűen kiválasztjuk az adott kör egy belső pontját. Mekkora a valószínűsége annak, hogy a kiválasztott pont a tekintett szabályos háromszögnek is belső pontja? Válaszát két tizedes jegyre kerekítve adja meg!

(Emelt matematika érettségi 2011)

16.)

Hány  $(x; y)$  rendezett valós számpár megoldása van az alábbi egyenletrendszernek, ha  $x$  és  $y$  is a  $[0; 2\pi]$  zárt intervallum elemei?

$$\left. \begin{array}{l} \sin x \cdot \cos y = 0 \\ \sin x + \sin^2 y = \frac{1}{4} \end{array} \right\}$$

(Emelt matematika érettségi 2011)

17.)

Az ABCD húrtrapéz köré írt körének egyenlete  $(x-3)^2+(y-2)^2=100$ . A húrtrapéz szimmetriatengelyének egyenlete  $2x - y = 4$ . A trapéz AB alapjának egy belső pontja  $P(-5; 1)$ , BC szárának hossza pedig  $10\sqrt{2}$  egység. Határozza meg a trapéz csúcsainak koordinátáit!

(Emelt matematika érettségi 2013)

