

BME TTK Érettségi Felkészítő 2022

II. Alkalmom

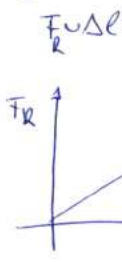
Az erő, erőhatások folyadékokban, gázokban, merev testek

2022. március 1.

Tesztkérdések

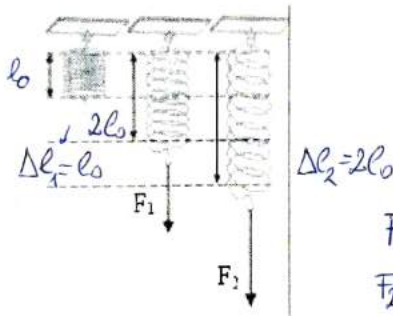
1. Egy rugót nyújtatlan hosszához képest kétszeresére, illetve háromszorosára nyújtunk. (A rugó ideálisnak tekinthető még ilyen megnyúlásokra is.) Mekkora a megnyújtáshoz szükséges erők egymáshoz viszonyítva? (2006. május 15.)

Kétszeresére



$$\frac{F_R}{\Delta e} = \text{const} = D$$

$$[D] = \frac{N}{m}$$



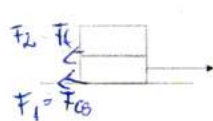
$$F_1 = D \Delta l_1$$

$$F_2 = D \Delta l_2$$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{\Delta l_2}{\Delta l_1} = \frac{2l_0}{l_0} \Rightarrow \boxed{F_2 = 2 F_1}$$

- a) $F_2 = 1.5 \cdot F_1$
- b) $F_2 = 2 \cdot F_1$
- c) $F_2 = 3 \cdot F_1$

2. Az ábrának megfelelően egymásra helyezünk két téglát. Az alsó téglát hirtelen mozdulattal vízszintes irányban megpróbáljuk kirántani a felső alól. Sikerülhet-e? (2008. május 14.)



$$F > F_1 + F_2$$

$$f_{cs}; f_k \geq \mu_0 F_{ny}$$

- a) Az alsó téglát csak akkor ránthatjuk ki a felső alól, ha a két tégl között nincsen súrlódás.
- b) Az alsó téglát csak akkor ránthatjuk ki a felső alól, ha a két tégl közötti súrlódási erő kisebb, mint a felső tégl súlya.
- c) Az alsó téglát mindig kiránthatjuk a felső alól, ha elég nagy erővel hatunk rá.

3. Mikor van súlytalanság egy függőlegesen kilőtt, szabadon mozgó kabinban? (2008. november 3.)

- a) Amikor a kabin felfelé halad.
- b) Csak amikor a kabin a pálya tetőpontján tartózkodik
- c) Amikor a kabin lefelé zuhan.
- d) Végig a mozgás során.

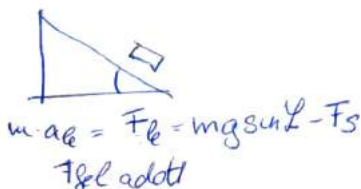
"lift analógia"
 felfelé indul jobbat mind a merleg,
 lefelé leereszket

$$F = mg - ma$$

- nincs aláírás/szállás/feltüggés
 - a test szabadon esik

4. Egy testet felfelé lökünk egy súrlódásos lejtőn, majd hagyjuk visszacsúszni az eredeti helyére. Melyik útszakasz megtétele tart tovább? (2009. november 3.)

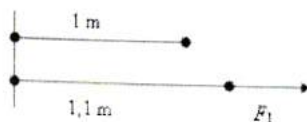
- a) A felfelé mozgás tart tovább.
- b) A lefelé mozgás tart tovább.
- c) Egyenlő ideig tart a két útszakasz megtétele.



$$m \cdot a_{\text{le}} = F_{\text{le}} = mgsin\alpha - F_{\text{s}}$$

F_{s} adott

5. Egy 1 méter hosszú gumiszálát kétféle módszerrel deformálunk. Az egyik esetben a szál irányában megnyújtjuk 10 cm-rel, a másikban pedig a szál két végének rögzítése után a középpontját a szál irányára merőlegesen 10 cm-rel elhúzzuk. Melyik esetben van nagyobb erőre szükségünk? (2010. május 18.)

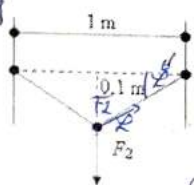


$$F_1 = F_2 = D \cdot \Delta l_1 = 0,1D$$

$$\Delta l_2 = \sqrt{0,1^2 + 0,5^2} = 0,5099$$

$$\sin \alpha = \frac{0,1}{0,5} = 0,2$$

$$\alpha = 11,31^\circ$$



$$F_2 = D \cdot \Delta l_2 = D \cdot 0,5099$$

$$F_{2\parallel} = \sin \alpha F_2 = \sin 11,31^\circ \cdot 0,5099D$$

$$\approx 1,96 \cdot 10^{-3} D$$

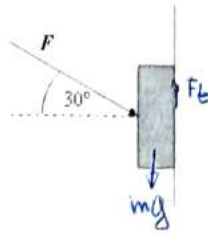


$$\frac{a}{c} = \sin \alpha$$

$$F_2 = 2F_{2\parallel} = 0,00392 D$$

- a) A hosszanti megnyújtás esetén.
- b) A merőleges deformáció esetén.
- c) A szükséges erő a két esetben azonos.

6. Egy téglát egy függőleges falhoz nyomunk 30 fokos szögben lefelé mutató erővel. Megtartható-e így a tégl? (2010. május 18.)



$$F + mg - F_s = 0$$

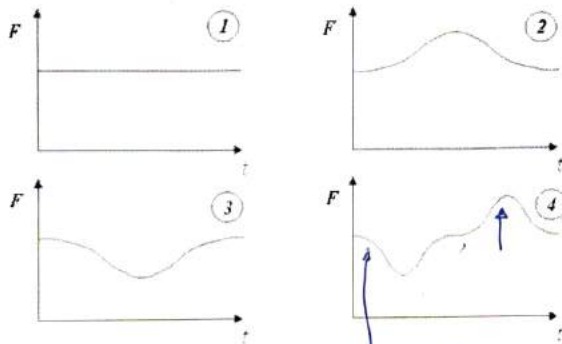
$$y: F \cdot \sin \alpha + mg = F_s$$

$$0,5 F + mg = F_s$$

$$F_t \rightarrow 2mg$$

- a) Igen, ha a tégl elég kemény.
 b) Nem, mert a fal nyomóereje nem lehet függőleges.
 c) Igen, ha a súrlódás a fal és a tégl között elég nagy.
 d) Nem, mert az erőnek van függőlegesen lefelé mutató komponense.

7. Egy ember egy szobamérlegen áll. Egyszer csak leguggol, és úgy marad. Melyik ábra mutatja helyesen az erőt, mellyel a folyamat közben a mérleget nyomja? (2011. október 27.)



- a) Az első ábra.
 b) A második ábra.
 c) A harmadik ábra.
 d) A negyedik ábra.

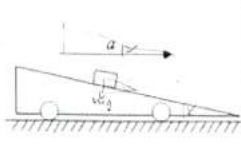
8. Egy test egy felfüggesztett rugón lóg, s alatta, egy cérnával hozzá erősitve egy másik test lóg. Amikor elvágjuk a cérnát, akkor melyik test gyorsulása lesz nagyobb? (2011. október 27.)



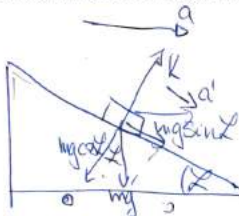
$$\begin{aligned}
 I. \quad F_k - T - m_1 g &= 0 \\
 T - m_2 g &= 0 \\
 F_k &= m_2 g \\
 a_2 &= g \\
 a_2 &= \frac{F}{m_2} \\
 a_1 &= g \frac{m_2}{m_1}
 \end{aligned}$$

- a) A felső test gyorsulása lesz nagyobb.
 b) Az alsó test gyorsulása lesz nagyobb.
 c) Annak a testnek a gyorsulása lesz nagyobb, amelyik nagyobb tömegű.
 (d) Annak a testnek a gyorsulása lesz nagyobb, amelyik kisebb tömegű.

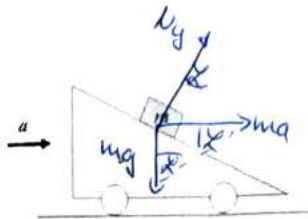
9. Az ábrán látható lapos, kerekre szerelt lejtőt vízszintesen gyorsítjuk. A súrlódásmentes lejtőre egy kis téglatestet helyeztünk. Lehetséges-e, hogy a kis test a lejtőn felfelé indul el? (2012. október 29.)



- a) Nem, a kis test csak lefelé tud elindulni.
 b) Kellően nagy vízszintes gyorsulás esetén a kis test nem csúszik le, de felfelé semmiképpen nem tud elindulni.
 (c) Megfelelő gyorsulás esetén a test akár felfelé is elindulhat.



10. Az ábrán látható, vízszintesen gyorsuló lejtőhöz képest az m tömegű test nyugalomban van. Milyen irányú eredő erő hat az m tömegű testre? (2013. május 16.)



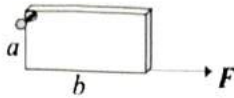
- a) A testre ható eredő erő nulla
- b) A testre ható eredő erő a lejtővel párhuzamos.
- c) A testre ható eredő erő a lejtőre merőleges.

d) A testre ható eredő erő vízszintes

ma és mg eredője a gyorsító erő, ami vízszintes.

1. Kidolgozós feladatok

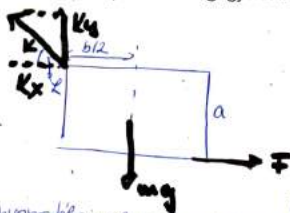
1. Egy $a = 40 \text{ cm}$, $b = 100 \text{ cm}$ oldalhosszúságú, téglalap alakú, 30 dkg tömegű homogén lemezt az egyik csúcsánál egy vékony szöggel felfüggesztünk, a vele átellenes csúcsánál pedig vízszintes irányban úgy húzzuk F erővel, hogy a téglalap b oldala vízszintes legyen. (2006. május 15.)



a) Mekkora az F húzóerő?

b) Mekkora és milyen irányú erővel hat a szög a lemezre? (A lemez és a szög között a súrlódás elhanyagolható, számoljunk $g = 10 \text{ m/s}^2$ nehézségi gyorsulási értékkel!)

$$\begin{aligned} a &= 40 \text{ cm} = 0,4 \text{ m} \\ b &= 100 \text{ cm} = 1 \text{ m} \\ m &= 0,3 \text{ kg} \end{aligned}$$



Függéslejtés: $\sum \vec{F} = 0$

$\sum M = 0$ - elől forgópontmechanikával a szög, majd forgáspont helyére átkergetve F és mg erőket

$$\sum M = 0 \Rightarrow F \cdot a = mg \cdot \frac{b}{2} \rightarrow F = \frac{b}{2a} \cdot mg = \frac{1 \cdot 10 \cdot 0,3}{2 \cdot 0,4} = 3,75 \text{ N}$$

x -irány

$$K_x - F = 0 \rightarrow K_x = 3,75 \text{ N}$$

y -irány

$$K_y - mg = 0 \rightarrow K_y = mg = 3 \text{ N}$$

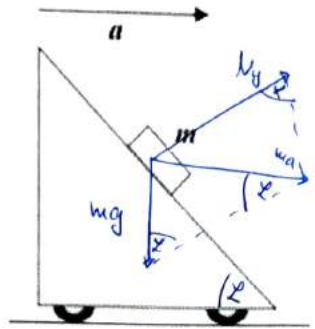
$$K = \sqrt{K_x^2 + K_y^2} = \sqrt{3^2 + 3,75^2} = 4,8 \text{ N}$$

$$\frac{K_y}{K_x} = \tan \varphi = \frac{3}{3,75} = 0,8 \rightarrow \arctan 0,8 = \varphi \rightarrow \underline{\underline{\varphi = 38,66^\circ}}$$

$\sum M = 0$ csak úgy teljesülhet ha K hatásvonala átmenik mg és F hatásvonalaival metszéspontján.

1. elől
2. feleletesen

2. Egy lejtőt vízszintesen $a = 10 \text{ m/s}^2$ gyorsulással mozgatunk. A lejtőn egy $m = 2 \text{ kg}$ tömegű test a lejtőhöz képest nyugalomban marad, azzal együtt gyorsul. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)
(2009. október)



- a) Mekkora a lejtő hajlásszöge, ha a lejtő és a test között nincsen súrlódás? Mekkora a nyomóerő, amit a lejtő kifejti a testre?
- b) Mekkora tapadási együttható esetén lenne a test nyugalomban a lejtőn akkor is, ha a lejtő állna?

a)

$$m = 2 \text{ kg}$$

$$a = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

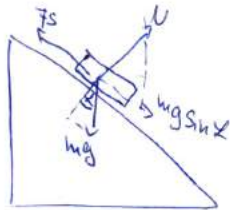
$$mg = ma \rightarrow \alpha = 45^\circ$$

N_y , azaz a nyomóerő nagysága a \perp irányban

$$F_y = \sqrt{(ma)^2 + (mg)^2} = \sqrt{2} mg = \sqrt{2} \cdot 10 \cdot 2 = \underline{\underline{28,2 \text{ N}}}$$

b)

A gravitációs erő, a lejtő nyomóereje és a súrlódási erő egyensúlyban van



$$F_s \leq \mu N$$

$$F_s = mg \sin \alpha = ma \sin \alpha$$

$$2 mg \sin \alpha \leq \mu N \quad 2 mg \sin \alpha \leq \mu mg \sqrt{2}$$

$$\mu \geq 1$$

$$2 \sin \alpha \leq \mu \sqrt{2}$$

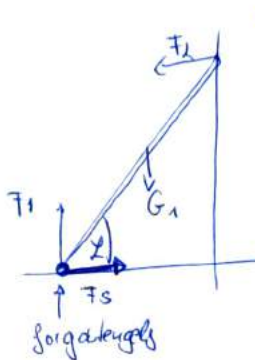
$$2 \sin 45^\circ \leq \mu \sqrt{2}$$

$$\boxed{1 \leq \mu}$$

3. Egy $m = 10 \text{ kg}$ tömegű létrát ferdén a falnak támasztunk. A létra és a talaj közötti súrlódási együttható $0,5$. A létra és a fal közötti súrlódás elhanyagolható. (A létra tömegközéppontja hosszának felénél van.) (2013. május)

- a) Készítsen ábrát, amely a létrára ható erőket ábrázolja! Mekkora szögben lehet az üres létrát a falhoz támasztani anélkül, hogy megcsúszna?
- b) A létrát úgy támasztjuk a falhoz, hogy a vízszintessel 60° -os szöget zár be. Hosszának hányad részéig mászhat fel rá egy 50 kg -os ember, mielőtt a létra megcsúszna?

$m = 10 \text{ kg}$
 $\mu = 0,5$
 $M = 50 \text{ kg}$
 $\alpha = 60^\circ$
 $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$



a)

Egyensúly

$\sum F = 0$

x irány:

$$F_2 - F_1 = 0$$

y irány:

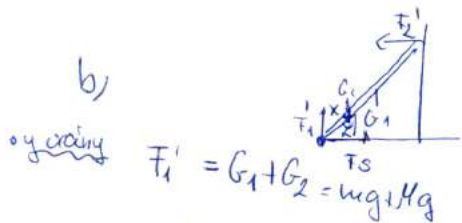
$$F_1 - G_1 = mg = 0$$

$\sum M = 0$: $G_1 \cdot \frac{l}{2} \cdot \cos \alpha - F_2 l \sin \alpha = 0 \Rightarrow \lg \alpha = \frac{G_1}{2F_2}$

hármaszög:

$$F_2 = F_1 \leq \mu F_1 = \mu mg \rightarrow \frac{F_1}{F_2} \leq \frac{1}{\mu}$$

$$\lg \alpha \geq \frac{1}{2\mu} = 1 \rightarrow \alpha = 45^\circ$$



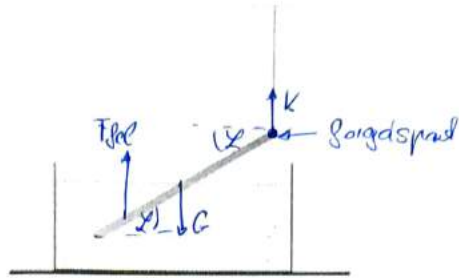
$$G_1 \cdot \frac{l}{2} \cos \alpha + G_2 x \cos \alpha = F_2' l \sin \alpha \rightarrow G_1 \cos \alpha + G_2 \frac{x}{l} \cos \alpha = F_2' \sin \alpha$$

$$F_2' = F_s \leq \mu (G_1 + G_2) = \mu g (m + M)$$

$$\frac{G_1}{l} + G_2 \frac{x}{l} = F_2' \lg \alpha$$

$$\frac{x}{l} = \frac{F_2' \lg \alpha - \frac{G_1}{l}}{G_2} = \frac{\mu g (m + M) \lg \alpha - \frac{G_1}{l}}{G_2} = \frac{0,5 \cdot 10 \cdot 60 \cdot \lg 60 - 50}{500} = 0,94$$

5. Az ábrán látható, a végén függőleges helyzetű kötéllel felfüggesztett, egynesúlyban lévő 0,5 kg tömegű, vékony, homogén rúd hosszának feléig vízbe merül.
(2019. május)



a) Mekkora a kötélerő? Mekkora a rúd sűrűsége?

$$m = \rho V = \rho l S$$

$$g = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \rho_{\text{víz}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

egyensúly

$\Sigma M = 0$

$$F_{\text{fel}} \cdot \frac{3}{4} l = G \cdot \frac{l}{2} \quad \text{vagy} \quad F_{\text{fel}} \frac{3}{4} l \cos \alpha = G \frac{l}{2} \cos \alpha$$

fontos a hajlásszög

$$F_{\text{fel}} = G \frac{2}{3}$$

egyensúly: $K = G - F_{\text{fel}} = \frac{1}{3} G = 0,5 \cdot 9,8 \cdot \frac{1}{3} = 1,63 \text{ N}$

felhajlési:

$$F_{\text{fel}} = \rho_{\text{víz}} \cdot g \cdot \frac{V_{\text{míed}}}{2}$$

$$V_{\text{míed}} \cdot \rho_{\text{víz}} \cdot g = mg$$

$$\frac{\rho_{\text{míed}}}{\rho_{\text{víz}}} = \frac{mg}{2 F_{\text{fel}}} \Rightarrow \rho_{\text{míed}} = \rho_{\text{víz}} \cdot \frac{G}{2} \cdot \frac{3}{2G} = \underline{\underline{0,75 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}}$$

BME TTK Érettségi Felkészítő 2022

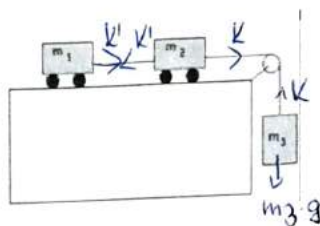
II. Alkalmom

Az erő, erőhatások folyadékokban, gázokban, merev testek

2022. március 1.

Tesztkérdések

1. AKét kiskocsi, m_1 és m_2 tömegűek, amelyeket vízszintes kötéllel egymáshoz erősítettünk, súrlódásmentesen mozoghatnak. Az elől lévő m_2 tömegű kocsihoz az ábra szerint csigán átvett kötéllel m_3 tömegű testet kötünk, amely függőlegesen mozoghat. A kötelek és a csiga ideális. Lehet-e nagyobb a 2. kiskocsi és 3. test közötti kötelek feszítő erő, mint az 1. és a 2. kiskocsi közötti kötélen ébredő erő? (2008. május 14.)



$$\begin{aligned} \text{I. } m_1 a &= K' \\ \text{II. } K' - m_2 a - K &= 0 \\ \text{III. } m_3 g + m_3 a &= K \end{aligned}$$
$$K = (m_1 + m_2) a$$
$$K > K'$$

a) Nem, soha nem lehet nagyobb.

b) Igen, mindig nagyobb.

c) Igen, mindig nagyobb.

2. Igaz-e a következő állítás? Három 1 N nagyságú, közös támadáspontú erő eredőjének nagysága bármekkora lehet 0 N és 3 N között. (2006. október 30.)

a) Igaz, csak megfelelően kell megválasztani az erővektorok irányát.

b) Nem igaz, mert az eredő nem lehet kisebb, mint 1 N.

c) Igaz, amennyiben az erők egy egyenes mentén hatnak.

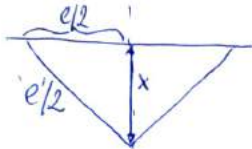
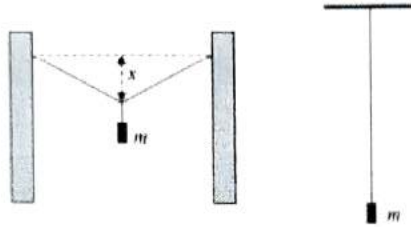
d) Nem igaz, mert az eredő erő csak meghatározott értékeket vehet fel 0 N és 3 N között.

Megoldás IV.

1. Kidolgozós feladatok

1. Egy 100 cm hosszú rugalmas gumiszálát két, egymástól 100 cm távolságban lévő oszlop között vízszintesen rögzítünk és a közepére egy $m = 1$ kg tömegű testet akasztunk az ábrán látható módon. A test úgy nyújtja meg a gumiszálát, hogy a szál belógása $x = 25$ cm. (A gumiszál maga súlytalannak tekinthető.) Mekkora lenne a gumiszál megnyúlása, ha az 1 kg tömeget függőleges helyzetben akasztanánk rá? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)
(2011. május)

$x = 0,25 \text{ m}$
 $l = 1 \text{ m}$
 $m = 1 \text{ kg}$
 $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$



e' : megnyúlt hossz

$$\frac{e'}{2} = \sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + x^2} = \sqrt{\left(\frac{0,5}{2}\right)^2 + 0,25^2} \rightarrow e' = 111,8 \text{ cm}$$

$$\Delta l = e' - l = 11,8 \text{ cm}$$

erőviszony:



$$\frac{e'/2}{x} = \frac{F}{G/2} \rightarrow F = \frac{e'}{2x} \cdot \frac{G}{2} = \frac{111,8}{4,25} \cdot 10 = 112$$

vagy $\frac{G}{2} = F \cos \alpha$, mered $\frac{x}{e'/2} = 2 = \tan \alpha \rightarrow \alpha = 63,4^\circ$

$$F_R = D \Delta l \rightarrow D = \frac{F_R}{\Delta l} = \frac{11,2}{0,118} = 94,9 \text{ N}$$

Függőleges gumiszál megnyúlása:

$$\Delta l_{\text{függ}} = \frac{F_{\text{függ}}}{D} = \frac{mg}{D} = \frac{10}{94,9} = \underline{\underline{0,1054 \text{ cm}}}$$