1.) x kg $x \in \,]100;700[$ ~~$x \in [100;700]$~~

1kg krém ára: $(36 - 0{,}03x)$

a, eladásból származó bevétel: ~~$B(x)$~~ $= x \cdot (36 - 0{,}03x) =$

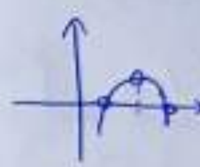
$= -0{,}03x^2 + 36x \quad x \in \mathbb{R}$

hol lesz max?

↳ vagy deriválás

↳ vagy kis gondolkodás → lefele nyíló parabola

a maximumhelyet a két zérushely megadja →



$-0{,}03x^2 + 36x = 0$

$x(36 - 0{,}03x) = 0$ → $x_1 = 0$; → $x_2 = \frac{36}{0{,}03} = 1200$

⇒ a függvény maximumhelye 600-nál van

$600 \in [100;700]$ //

$B(600) = 600 \cdot (36 - 0{,}03 \cdot 600) = 10800$

⇒ eladásból a legnagyobb bevétel 600kg eladásánál van amikor a legnagyobb bevétel 10800 euró //

b, havi nyereség? = (havi bevétel) − (havi kiadások)

$Ny(x) = x(36 - 0{,}03x) - (0{,}0001x^3 - 30{,}12x + 13000)$

$x \in (100;700)$

$= -0{,}0001x^3 - 0{,}03x^2 + 66{,}12x - 13000 =$

↳ hol van max? → deriváljuk!

$= -0{,}0003x^2 - 0{,}06x + 66{,}12 \overset{?}{=} 0$

↳ $x_{1,2} = \frac{0{,}06 \pm \sqrt{0{,}0036 + 0{,}079344}}{-0{,}0006}$ → $x_1 = -580$; → $x_2 = 380$

$-0{,}0006x - 0{,}06 = (Ny(x))''$ ⇐ 2. derivált csak ez lehet

$Ny''(380) < 0$ és $Ny'(380) = 0$ előjele?

$\Rightarrow$ $x = 380$-ban maximumhelye van a függvénynek
abszolút

A legnagyobb függvényérték így:

$$Ny(380) = -0{,}0001(380)^3 - 0{,}03(380)^2 + 66{,}12(380) - 13000$$
$$= 2306{,}4$$

$\Rightarrow$ legnagyobb havi nyereség 380 kg-nál
és az értéke 2306,4 euró

2.) $f(x) = -3x^3 + (p-3)x^2 + p^2x - 6$

a) $\int_0^2 f(x)\,dx$ ha $p=3$ $\rightarrow$ $\int_0^2 (-3x^3 + 9x - 6)\,dx = ?$

$$= \left[-\frac{3}{4}x^4 + \frac{9}{2}x^2 - 6x\right]_0^2 = -6 \rightarrow \int_0^2 f(x)\,dx = -6$$
ha $p=3$

b) $p = ?$ ha $x=1$-nél $f(x)=0$

$$f(1) = -3(1)^3 + (p-3)(1)^2 + p^2 \cdot 1 - 6$$
$$f(1) = -3 + p - 3 + p^2 - 6 = 0 \Rightarrow p^2 + p - 12 = 0$$

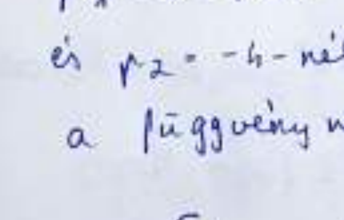
$$p_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+48}}{2} \quad p_1 = 3, \quad p_2 = -4$$

$p_1 = 3$-nál
és $p_2 = -4$-nél lesz $x=1$-ben
a függvénynek zérushelye

c) $f'(x) = -9x^2 + 2(p-3)x + p^2 \rightarrow f'(1) = p^2 + 2p - 15$

$p^2 + 2p - 15 > 0$ $\rightarrow$ felfelé nyíló parabola

$$p^2 + 2p - 15 = 0 \rightarrow p_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4+60}}{2} \quad p_1 = 3, \quad p_2 = -5$$



$p^2 + 2p - 15 > 0$ teljesül, ha $p > 3$
vagy $p < -5$

3./

- $x \frac{km}{h}$ átlagsebességnél $400+0,8x$ Ft/km

- munkabér 2200 Ft/óra

a) számoljuk ki a költséget 1 km-re

$\mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$

$f(x) = 400 + 0,8x + \frac{2200}{x}$ → hol lesz minimum?

↳ ahol $f'(x) = 0$

és $f''(x) > 0$

$f'(x) = 0,8 - \frac{2200}{x^2} \overset{!}{=} 0$

$0,8x^2 = 2200 \to x^2 = 2750$

$x \approx 52,44$ ← negatív nem lehet

$f''(x) = +\frac{4400}{x^3} > 0 \quad \forall\, x > 0$-ra

↳ $x = 52,44$-ben minimumhely

⇒ egészre kerekítve!!

52 km/h-nál lesz minimális a kocsi kilométerenkénti működtetése

b)

$f: [0,6] \to \mathbb{R} \quad f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & \text{ha } x \in [0,4] \\ \frac{x^2-12x+36}{2} & \text{ha } x \in]4,6] \end{cases}$

$$T = 2\left(\underbrace{\int_0^4 x^{\frac{1}{2}}\,dx}_{\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}} + \underbrace{\int_4^6 \frac{x^2-12x+36}{2}\,dx}_{\frac{x^3}{6}-3x^2+18x}\right) =$$

f és $-f$

N-L tétel

$$= 2\left(\underbrace{\left[\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}\right]_0^4}_{\frac{16}{3}} + \underbrace{\left[\frac{x^3}{6}-3x^2+18x\right]_4^6}_{36-\frac{104}{3}}\right) = 2\cdot\left[\left(\frac{16}{3}-0\right)+\left(36-\frac{104}{3}\right)\right] =$$

$$= 2\cdot\left(\frac{16}{3}+\frac{108}{3}-\frac{104}{3}\right) = \frac{40}{3}$$

Az embléma modelljének a területe $\frac{40}{3}$

4.)

a, $f:]-2;3[\to \mathbb{R}$ $f(x) = x^3 - 1{,}5x^2 - 6x$

$f'(x) = 3x^2 - 3x - 6 \ (\overset{?}{=} 0)$

$3x^2 - 3x - 6 = 0 \to x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{9+72}}{6} =$

$x_1 = 2$

$x_2 = -1$

$f'(x)$ felfelé nyíló parabola

-1 és 2 között : $f'(x) < 0$

$x > 2$ vagy $x < -1$: $f'(x) > 0$

$x = -1$ vagy $x = 2$: $f' = 0$

x	$-2 < x < -1$	$x = -1$	$-1 < x < 2$	$x = 2$	$2 < x < 3$
f'	$f'(x) > 0$	$f'(x) = 0$	$f'(x) < 0$	$f'(x) = 0$	$f'(x) > 0$
f	$\uparrow$ szig. mon. nő	lok. sz. é. $f(-1) = \frac{7}{2}$ maximum	$\downarrow$ szig. mon. csökken.	lok. sz. é. $f(2) = -10$ minimum	$\uparrow$ szig. mon. nő

b, $g:]-2;3[\to \mathbb{R}$ $g' = f \to g$ az f-nek primitív függvénye

$g(2) = 0$

$g(x) = \int f(x)\,dx = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{2} - 3x^2 + C$ $C \in \mathbb{R}$

fontos!

$g(2) = 0 = \frac{2^4}{4} - \frac{2^3}{2} - 3 \cdot 2^2 + C = 0 \Rightarrow C = 12$

$\Rightarrow g(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 12$

5) $y = 3x^2 - x^3$

a, ha $x \in]0;3[$ $\quad y = \cancel{3x}\ (3-x)x^2$

$x^2\ \forall\ x \in \cancel{\ }$ - ra pozitív $\rightarrow$ $x \in]0;3[$ - on pozitív

$\uparrow$

$\mathbb{R} \setminus \{0\}$

$(3-x) > 0$ mivel $3 > x$ $\Rightarrow$ y mindkét tényezője pozitív

$\Rightarrow$ szorzatuk is !

b,

$f(x) = 3x^2 - x^3$ $\quad f'(3) = -9 \rightarrow$ meredekség -9

$f'(x) = 6x - 3x^2$ $\quad f(3) = 0 \rightarrow$ átmegy a $(3,0)$ ponton

$\Rightarrow y = 0$ ha $x = 3$ $\quad m = -9$

érintő egyenlete $y = mx + b$ $= -9x + b = 0$

$\uparrow$

ha $x = 3$

$-9 \cdot 3 + b = 0 \Rightarrow b = 27$

Az érintő egyenlete $y = -9x + 27$

c, $y = 3x^2 - x^3$ egyenletű görbe ~~b~~ első síknegyedben

$x \in [0;3]$ között van az első síknegyedben

ha $\quad x = 0$ és $x = 3$ - nál $y = 0$

$x \in [0;3]$ $y \geq 0$

$$\Rightarrow T = \int_0^3 f(x)\,dx = \int_0^3 (3x^2 - x^3)\,dx = \left[x^3 - \frac{x^4}{4}\right]_0^3 =$$

$$= 27 - \frac{81}{4} = \frac{27}{4}$$

A közrezárt terület $\frac{27}{4}$ (e^2)

6.) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $\quad f(x) = 2x+1$

$g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $\quad g(x) = x^2-2$

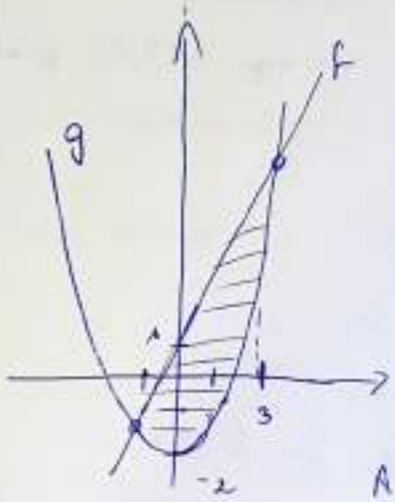
csak akkor 0, ha az egyik tag 0

a) $(2f+g)(x) = 2(2x+1) + (x^2-2) = x^2+4x = x(x+4)$

$\left.\begin{array}{l} x=0 \\ x=-4 \end{array}\right\}$ zérushelyek

b) integrálás → hol metszi egymást a két függvény?

$2x+1 = x^2-2 \Rightarrow x^2-2x-3=0 \to x_{1,2} = \dfrac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2}$ $\nearrow x_1 = 3$, $\searrow x_2 = -1$



ha $x \in [-1,3]$ akkor

$f(x) \geq g(x)$ $\qquad$ f szig. mon. nő

g felfelé nyíló parabola

f a g felett van

A keresett terület: $T = \int_{-1}^{3} (f(x)-g(x))\,dx =$

$= \int_{-1}^{3} (2x+1-x^2+2)\,dx = \int_{-1}^{3} (-x^2+2x+3)\,dx = \left[-\frac{x^3}{3} + x^2 + 3x\right]_{-1}^{3} =$

$= (-9+9+9) - \underbrace{\left(\frac{1}{3}+1-3\right)}_{-\frac{5}{3}} = 9 + \frac{5}{3} = \frac{32}{3} \approx 10{,}67$

c) $h:]-\infty, -0{,}5[\to \mathbb{R}$ $\quad h(x) = \dfrac{g(x)}{f(x)}$ szig. mon. nő

↳ ha $h'(x) > 0$

$h'(x) = \left(\dfrac{g(x)}{f(x)}\right)' = \left(\dfrac{x^2-2}{2x+1}\right)' = \dfrac{2x(2x+1)-(x^2-2)2}{(2x+1)^2} =$

$= \dfrac{2x^2+2x+4}{(2x+1)^2} > 0 \Rightarrow h'(x) > 0$ $\forall x \in ÉT \Rightarrow$ itt a h tényleg szig. mon. nő

$(2x+1)^2 > 0$ $\forall x \in]-\infty; -\frac{1}{2}[$ és $2x^2+2x+4$

$D < 0$

⇓

nincs zérushely

7, $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $\quad f(x) = x^4 + 8x^3 - 270x^2 + 275$

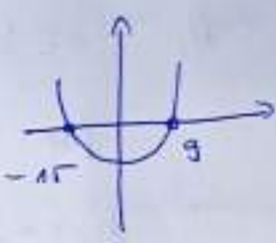
f folytonos egész $\mathbb{R}$-en $\Rightarrow$ diffható
↳ ahol $f' = 0$ ott van szélsőérték

$$f'(x) = 4x^3 + 24x^2 - 540x = x(\underbrace{4x^2 + 24x - 540})$$

$x_3 = 0$ $\qquad x_{1,2} = \dfrac{-24 \pm \overbrace{\sqrt{576 + 8640}}^{96}}{8}$ $\quad x_1 = 9$, $x_2 = -15$

3 zérushely: $x_3 = 0$ $\quad x_1 = 9$ $\quad x_2 = -15$ /

$4x^2 + 24x - 540$



$f''(x) = 12x^2 + 48x - 540$

ha $x = 0$ $\qquad f''(0) = -540 < 0$
↳ lok. max.
↳ egyben abszolút maximumhely is //

$x = 9$ $\qquad f''(9) = 864 > 0$
↳ lok. min.

$x = -15$ $\qquad f''(-15) = 1440 > 0$
↳ lok. min.

} melyik kisebb?

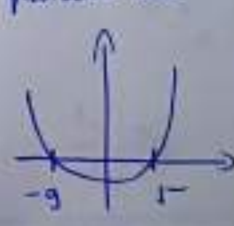
$f(9) = -9202 > f(-15) = -36850$ // $\Rightarrow$ $x = -15$-ben a fv.-nek abszolút minimuma van

$x = -9$-ben pedig lokális minimuma van

b, f konkáv $]-9; 5[$ intervallumon?

$f''(x) = 12x^2 + 48x - 540 \quad x \in \mathbb{R}$

f'' zh. $12x^2 + 48x - 540 = 0 \Rightarrow$ $x_1 = -9$, $x_2 = 5$ $\qquad$ felfele nyíló parabola



$f''(x) < 0$ ha $x \in]-9; 5[\Rightarrow$ itt az f konkáv //

c,

$$\int_0^5 f(x)\,dx = \int_0^5 (x^4+8x^3-270x^2+275)\,dx = \left[\frac{x^5}{5}+4x^4-90x^3+275x\right]_0^5$$

$$= 625 + 2500 - 11250 + 1375 = -8000 //$$

8,

$f(x) = x^2-2 \qquad g(x) = 10+10x-x^2$

a, $|f(x)+g(x)| \geq 8$

$|10x+8| \geq 8$

$10x+8 \geq 8 \rightarrow x \geq 0 //$ vagy

$-10x-8 \geq 8 \rightarrow 10x \leq -16$

$x \leq -1{,}6 //$

b, $x \in [2;8]$

felfele nyíló parabola

$f(x)$ ha $x>0$ szig. mon. nő

$f(2) = 2 > 0 \Rightarrow f(x) > 0$ ha $x \in [2;8]$

$g(x)$ lefele nyíló parabola $\rightarrow$ zérushelyei : $-x^2+10x+10=0$

$$x_{1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{100+40}}{-2} \begin{matrix} \nearrow x_1 = \\ \searrow x_2 = \end{matrix}$$

$$x_1 = \frac{-10+11{,}83}{-2} = -0{,}915$$

$$x_2 = \frac{-10-11{,}83}{-2} = 10{,}915$$

$\Rightarrow g(x) > 0$ ha $x \in [2;8] //$

Az adott függvények pozitív értékeket vesznek fel //

c, $t \in [2;8]$ ezen az intervallumon a függvények pozitívak

$$\int_2^t (x^2-2)\,dx = \int_t^8 (-x^2+10x+10)\,dx$$

$$\left[\frac{x^3}{3}-2x\right]_2^t = \left[-\frac{x^3}{3}+5x^2+10x\right]_t^8$$

$$\underbrace{\left(\frac{t^3}{3}-2t\right)-\left(\frac{8}{3}-4\right)}_{\frac{t^3}{3}-2t+\frac{4}{3}} = \underbrace{\left(-\frac{512}{3}+320+80\right)-\left(-\frac{t^3}{3}+5t^2+10t\right)}_{\frac{t^3}{3}-5t^2-10t+\frac{688}{3}}$$

$$-2t+\frac{4}{3} = -5t^2-10t+\frac{688}{3} \Rightarrow 5t^2+8t-228=0$$

$$t_{1,2}=\frac{-8\pm\sqrt{64+4560}}{10}$$

$$t_1=\frac{-8+68}{10}=6 \qquad t_2=\frac{-8-68}{10}=-7,6 \ ↯$$

hamis gyök

A keresett t érték

$t=6$ lesz

ami a $[2;8]$-ba esik //

9./

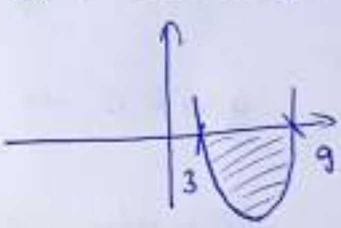
a/ $f: \mathbb{R}\to\mathbb{R} \quad f(x)=x^2-12x+27$

↳ felfelé nyíló parabola

↳ hol metszi x-et? zérushelyek

$$x^2-12x+27=0$$

↳ $x_{1,2}=\frac{12\pm\sqrt{144-108}}{2} = \begin{cases} x_1=9 \\ x_2=3 \end{cases}$



$$-T=\int_3^9 (x^2-12x+27)\,dx = \left[\frac{x^3}{3}-6x^2+27x\right]_3^9 =$$

negatív lesz ~~a terület~~ az integrál

$$=\underbrace{(243-486+27\cdot 9)}_{0}-(9-54+81)=-36$$

$\Rightarrow T=36 \Rightarrow$ a terület nagysága 36 (e²)

b/ $E(5;-8)$ érintő egyenlete $y=mx+b$

$m=f'(5)$ ↓ $f'(x)=2x-12 \Rightarrow f'(5)=-2=m$

ekkor $y=-8=-2x+b=-2\cdot 5+b=b-10 \Rightarrow b=2$

$\Rightarrow$ az érintő egyenlete $y=-2x+2$ //

c) A parabola egyenlete: $y = x^2 - 12x + 27 = (x-6)^2 - 9$

$\uparrow$ négyzetté alakítás

$\Rightarrow$ ebből következik, hogy a tengelypont: $T(6; -9)$

$\boxed{y = \frac{1}{2p}(x-u)^2 + v}$ $\rightarrow$ parabola egyenlete $T(u, v)$ tengelyponttal

$\Rightarrow \frac{1}{2p} = 1 \Rightarrow p = \frac{1}{2}$ itt $\rightarrow \frac{p}{2} = \frac{1}{4}$

A fókuszpont koordinátái: $F\left(u, v + \frac{p}{2}\right)$

$\Rightarrow F(6; -8{,}75)$ //

10.) a) $g(x) = \cancel{-\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}}\ -\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} \quad x \in \mathbb{R}$

$g(x) = x^2\left(-\frac{x}{3} + \frac{1}{2}\right) \qquad x^2 \geq 0 \quad \forall\ x \in \mathbb{R}$

$g(x) < 0 \Rightarrow x \neq 0$ és $-\frac{x}{3} + \frac{1}{2} < 0$

$\frac{1}{2} < \frac{x}{3} \Rightarrow \cancel{x < \frac{3}{2}} \quad x > \frac{3}{2}$ //

$\Rightarrow x \in \left]\frac{3}{2}; \infty\right[$ egy megfelelő intervallum //

b) $\int_0^c g(x)\,dx = 0 = \int_0^c \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}\right)dx = \left[-\frac{x^4}{12} + \frac{x^3}{6}\right]_0^c =$

$= \frac{c^3}{6} - \frac{c^4}{12} = 0 \longrightarrow c^3\left(\underbrace{\frac{1}{6} - \frac{c}{12}}\right)$

$c_1 = 0 \qquad c_2 = \frac{12}{6} = 2$ //

A két lehetséges c érték 0 és 2

c)

10/c $\quad f: \,]-4;-1[\, \to \mathbb{R} \qquad f(x) = -\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 12x + 20$

$\hookrightarrow$ f diffható

$f'(x) = -x^2 + x + 12 \qquad x \in (-4;-1)$ → ahol az első derivált 0 ott van szélsőérték

$-x^2 + x + 12 = 0 \to x_1 = -3 \to \in E'T$

$x_2 = 4 \to \notin (-4;-1)$

$f''(x) = -2x + 1 \Rightarrow f''(-3) = 7 > 0 \Rightarrow (-3)$-ban minimuma van a függvénynek

$f(-3) = -\frac{(-3)^3}{3} + \frac{(-3)^2}{2} + 12(-3) + 20 = -2{,}5$ //

$x = -3$ a fv. minimumhelye, értéke $-2{,}5$ //

11.)
a.)
$p > 0 \qquad \int_0^p (3x^2 - 24x + 20)\,dx = 0 = \left[x^3 - 12x^2 + 20x\right]_0^p =$

$= p^3 - 12p^2 + 20p = 0$

$p\,(\underbrace{p^2 - 12p + 20}) = 0$

$p = 0$
$\notin E'T$

$p_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 80}}{2} \to p_1 = 10, \; p_2 = 2 \Rightarrow$ p lehetséges értékei 2 és 10 //

b.) $\quad a, b, c \in \mathbb{R} \qquad f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 28 \qquad x \in \mathbb{R}$ diffható

$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

$f''(x) = 6ax + 2b$

inflexiós pont miatt: $\quad f''(-1) = -6a + 2b = 0 \equiv -3a + b = 0$

lok. maximumhely miatt: $\quad f'(-4) = 48a - 8b + c = 0$

zérushely miatt: $\quad f(2) = 8a + 4b + 2c + 28 = 0$

Oldjuk meg az egyenletrendszert:

$$\left.\begin{aligned} 8a+4b+2c+28&=0 \\ 48a-8b+c&=0 \\ \cancel{6a}\ -3a+b&=0 \end{aligned}\right\} \rightarrow b=3a$$

$\Rightarrow \quad 20a+2c+28=0 \rightarrow 10a+c+14=0$

$24a+c=0$

$10a+c+14=24a+c \Rightarrow 14a=14 \Rightarrow a=1 \Rightarrow b=3 \Rightarrow c=-24$ //

$f''(-1)=-6a+2b=0$ ha $x>-1$ akkor $f''(x)>0$

$f''(x)=6ax+2b$ ha $x<-1$ akkor $f''(x)<0$

$f''(-1)=0$ és itt előjelet vált a 2. derivált $\Rightarrow$ inflexiós pont //

$$\left.\begin{aligned} f''(-4)&=-18<0 \\ f'(-4)&=0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow (-4)\text{-ben a függvénynek lokális maximuma van}$$ //

12.)

a)

hely	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
f' előjele	P	N	N	O	P
f'' előjele	N	N	P	P	P

b)

$y=-\frac{1}{4}(x-2)^2+8 \qquad T(2;8) \qquad p=2$

érintő egyenlete: $4x-y=k \Rightarrow y=4x-k \Rightarrow$ meredeksége 4 az érintőnek

$\Rightarrow f'(x)=4 \qquad f'(x)=-\frac{1}{2}(x-2)=-\frac{1}{2}x+1$ //

$$\left.\begin{aligned} -\frac{1}{2}x+1=4 &\Rightarrow x=-6 \\ f(-6)=-\frac{1}{4}(-6-2)^2+8&=-8 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \text{az érintési pont az } (-6;-8)$$

$y=4x-k$

$-8=4\cdot(-6)-k \Rightarrow k=-16 \Rightarrow$ a k értéke -16 és $(-6;-8)$ az érintési pont //

13.)

a, $f(x) = (x+4)(2-x)$

$g(x) = x+4$

$f(x) = g(x) \Rightarrow \quad -x^2-2x+8 = x+4$

$x^2+3x-4=0 \quad \begin{cases} x_1 = -4 \\ x_2 = 1 \end{cases}$

kérdezett terület:

$$\left|\int_{-4}^{1}((x+4)(2-x)-(x+4))\,dx\right| = \left|\int_{-4}^{1}(x^2+3x-4)\,dx\right| =$$

$$= \left|\left[\frac{x^3}{3} \mp \frac{3x^2}{2} + 4x\right]_{-4}^{1}\right| = \left|\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{2}+4\right)-\left(-\frac{-64}{3}-24-16\right)\right| =$$

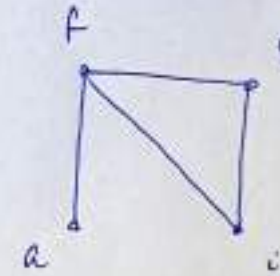
$$= \left|\frac{13}{6}+\frac{112}{6}\right| = \frac{125}{6} \,//$$

b, f zérushelyei: $x=-4$ $x-2$

g —"— : $x=-4$

h —"— : $x=2$ $x=-2$

i —"— : $x=4$ $x=-4$



//

c, k zérushelyei: $x=-5$ $x=3$

m —"— : $x=3$ $x=-3$ $\quad p(x) = x+c \quad c \in \mathbb{R}$

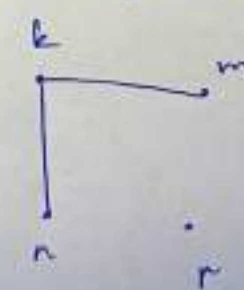
n —"— : $x=5$ $x=-5$

fa gráf: nincs izolált pont, n pontnál n-2-nek 2 fokszáma, 2-nek 1

p-nek vagy m-el vagy n-el lehet közös zérushelye

de! nem lehet közös zérushelye k-val mert akkor

már nem kaphatnánk fát, k fokszáma > 2



$\Rightarrow$ p lehetséges zérushelyei: -3 és 5 $\Rightarrow$ c 2-féle értéket vehet fel, $c_1=3$ és $c_2=-5$ //