

# BME TTK Érettségi Felkészítő 2022

VIII. Alkalom

Munka, energia, megmaradási törvények

2022. április 12.

## Tesztkérdések

1. Két labdát ejtünk le azonos magasságból, és azok a földről visszapattannak. Az első labda lendülete közvetlenül az ütközés után épp fele az ütközés előttiének. A második labda mozgási energiája közvetlenül az ütközés után épp fele az ütközés előttiének. Melyik labda emelkedik magasabbra visszapattanás után, ha a légellenállás elhanyagolható?  $v_1 = v_2$

(2007. november 7.)

a) Az első labda emelkedik magasabbra.

b) A második labda emelkedik magasabbra.

c) Pontosan egyforma magasra emelkednek.

d) Nem lehet eldönteni, mivel nem tudjuk, egyforma tömegűek-e a labdák.

$$m_1 v_1 = 2 m_1 v_1'$$

$$v_1' = \frac{v_1}{2}$$

$$h_1 = \frac{v_1^2}{2g}$$

$$\frac{1}{2} m_2 v_2^2 = 2 \frac{1}{2} m_2 v_2'^2$$

$$v_2' = \frac{v_2}{\sqrt{2}} = \frac{v_1}{\sqrt{2}}$$

$$h_2 = \frac{v_1^2}{2g}$$

$$2 h_2 = \sqrt{2} h_1$$

$$h_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} h_1$$

2. Egy vízszintes sebességű lövedék eltalál egy jégen fekvő fahasábot és belefűrődik. A fahasáb ennek hatására mozgásba jön, a súrlódás közte és a jég között elhanyagolható. Milyen megmaradási tételeket alkalmazhatunk a két test közös sebességének kiszámítása során?

(2007. október 30.)

a) Csak a mechanikai energia megmaradásának tételét.

b) A mechanikai energia megmaradásának és a lendület megmaradásának tételét.

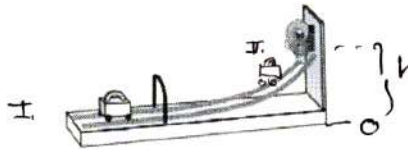
c) Csak a lendület megmaradásának tételét. , magammal az ütközés + energia nem marad meg

d) Semmilyen megmaradási tétel nem alkalmazható.

3. Egy pingponglabda rugalmasan visszapattan egy földön álló tégláról.  
Melyik állítás helyes?  
(2012. október 29.)

- a) Ennél az ütközésnél a pingponglabda lendülete megmaradt, mivel  $m_{labda} \cdot |v_{labda}|$  állandó.
- b) Ennél az ütközésnél nem érvényes a lendületmegmaradás, mert a téglát nem tud a Földhöz képest elmozdulni.
- c) Ennél az ütközésnél érvényes a lendületmegmaradás, de csak a labda – téglát – Föld együttes rendszerre.
- d) Ennél az ütközésnél nem érvényes a lendületmegmaradás, mert a téglát által átvett lendületet a súrlódás hővé alakítja.

4. A „lök meg a kost” ügyességi játékban egy kerekeken guruló vastömböt (öklöt) kell úgy meglökni, hogy minél magasabbra fusson fel a síneken.  
Milyen kapcsolat van az öklök az elengedés pillanatában meglévő kezdeti sebessége és az emelkedés magassága között? (A súrlódástól és a légellenállástól eltekinthetünk.)  
(2006. május 15.)



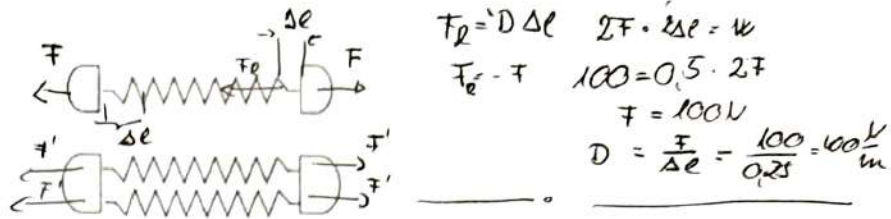
- a) Az emelkedési magasság egyenesen arányos a kezdősebesség négyzetgyökével.
- b) Az emelkedési magasság egyenesen arányos a kezdősebességgel.
- c) Az emelkedési magasság egyenesen arányos a kezdősebesség négyzetével.

Energiamegmaradás:

$$\begin{array}{l}
 \text{I.} \quad \text{Kezdetben: } \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{mozgási energia} \\
 \text{II.} \quad \text{Végállapotban: } mgh \quad \text{helyzeti energia}
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{I.} \\ \text{II.} \end{array}} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = mgh$$

$\downarrow$   
 $v^2 \sim h$

5. Egy kezdő testedző expanderrel edz. (Az expander párhuzamosan elhelyezkedő, egyforma rugókból álló testedző eszköz, melynél a rugók megnyújtása a cél.) Egyetlen rugó 50 cm-nyi megnyújtásához 100 J munkát kell végeznie. Mennyi munkát kell végeznie akkor, ha két rugót használ egymással párhuzamosan kötve, de csak 25 cm-nyire nyújtja meg azokat? (2009. május 13.)



1 rugóra:

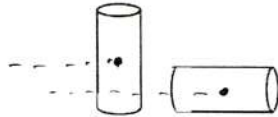
$$2F' = D \cdot \Delta e = 0,25 \cdot 400 = 100 \text{ N}$$

Munka a 2 rugóra:

$$W = 4F' \cdot \Delta e = 200 \cdot 0,25 = \underline{\underline{50 \text{ J}}}$$

- a) 25 J
- b) 50 J
- c) 100 J
- d) 200 J

6. Egy m tömegű, h magasságú vastag betonoszlop kidől. Mennyivel változik a helyzeti energiája az eredeti állapothoz képest a talajt érés után? (2012. május 17.)



- a)  $\Delta E < mgh$
- b)  $\Delta E = mgh$
- c)  $\Delta E > mgh$

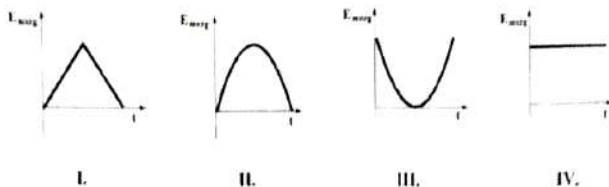
Középszen :  $mgh/2$

Végén  $E < mgh/2$       $\Delta E < mgh/2$

Függőlegesen jeltáncú egy gráflabdát. Az alábbi gráfok közül a labda mozgási energiájának időfüggvényében. Melyik a helyes?

7. Egy tavon lebegő, álló vízibicikliről fejest ugrik a tóba egy gyerek. Melyik állítás igaz a vízibicikli és a gyerek vízszintes irányú lendületére az ugrás pillanatában? (2005. május 17.)

$$E_m = \frac{1}{2} m v^2$$



- a) Az I. grafikon.
- b) A II. grafikon.
- c) A III. grafikon.
- d) A IV. grafikon.

8. Két test tökéletesen rugalmasan ütközik. Változik-e a testek mozgási energiáinak, illetve lendületvektorainak összege az ütközés során? (2009. május 13.)

*rugalmas ütközés. A testek mozgási energiájával ill. lendületvektorainak összege*

- a) Az együttes mozgási energia nem változik, a lendületek vektori összege változik. *állado.*
- b) Az együttes mozgási energia nem változik, a lendületek vektori összege nem változik.
- c) Az együttes mozgási energia változik, a lendületek vektori összege változik.  $m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$
- d) Az együttes mozgási energia változik, a lendületek vektori összege nem változik.  $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2$

9. Egy doboz narancslé rázása közben munkát végzünk. Nőhet-e ennek következtében a narancslé hőmérséklete? (2018. május 22.)

- a) Nem, mert a mozgási energia csak helyzeti energiává alakulhat át.
- b) Igen, a folyamatos belső súrlódás következtében nőhet a narancslé belső energiája.
- c) Csak akkor, ha a kezünk, amivel a dobozt fogjuk, melegebb, mint a narancslé, és így hőt adunk át.

$$\text{Munkatektele: } W = \Delta E$$

10. Két azonos tömegű tömör, homogén anyageloszlású henger egyforma sebességgel csúszásmentesen gördül. Az egyik henger rövidebb, és a sugara kétszer akkora, mint a másik hengeré. Melyik hengernek nagyobb a forgási energiája? (2019. május 20.)

- a) A nagyobb sugarú hengernek nagyobb a forgási energiája.
- b) A kisebb sugarú hengernek nagyobb a forgási energiája.

c) A két henger forgási energiája megegyezik.

*henger tömegközélpontjának egyenlete: szummálás helyett:*

$$C = \frac{1}{2} m R^2$$

$$E_{\text{forg}} = \frac{1}{2} C \omega^2$$

$$R(E_1) = 2R(E_2)$$

# 1. Kidolgozós feladatok

1. Két 10 kg tömegű kiskocsi áll egymással szemben egy egyenes, vízszintes úton, s mindegyikben egy 60 kg tömegű ember ül. Az egyik kiskocsiban egy 5 kg-os medicinlabda is található, melyet a kocsiban lévő ember átdob a másik embernek. A labda vízszintes irányú sebessége 8,4 m/s a földhöz képest.

(2007. május) *Érték: 32 pont*



a) Mekkora sebességgel mozog a földhöz képest az egyik kiskocsi az után, hogy utasa eldobta a labdát, s mekkorával a másik, miután utasa elkapta azt? Mekkora lesz a sebességük egymáshoz képest az után, hogy a labda átkerült a másik kocsiba?

b) Legalább mekkora munkát végzett a medicinlabdát elhajító ember?

Adatok:

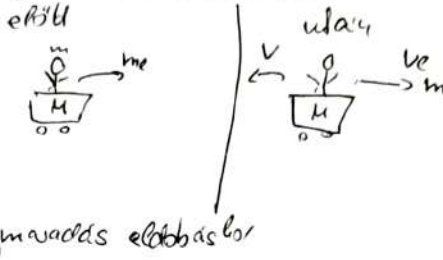
$$m = 10 \text{ kg}$$

$$M = 60 \text{ kg}$$

$$m_p = 5 \text{ kg}$$

$$v_e = 8,4 \text{ m/s}$$

a)



$$(M+m) \cdot v_i = m_p v_e$$

$$v_i = \frac{m_p v_e}{M+m} = \frac{5 \cdot 8,4}{70} = 0,6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ eldobásból}$$

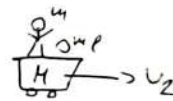
Közületlen mozgavádás elkapásból

2. közs. elkapás előtt

$$m_p v_e = (M+m) \cdot v_2$$

$$v_2 = \frac{m_p v_e}{M+m} = \frac{5 \cdot 8,4}{70} = 0,6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ elkapásból}$$

elkapás után



relatív (egymáshoz viszonyított sebesség):

$$v_{rel} = v_2 + v_1 = 0,6 + 0,6 = 1,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

állandósan

$$v_{rel} = \frac{v_2 - v_1}{1}$$

b) Mozgás: energetikail:

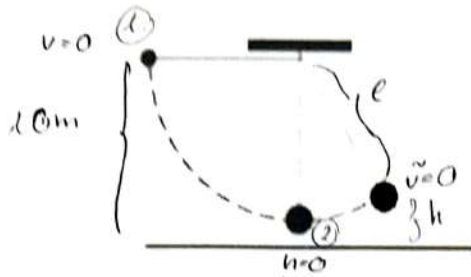
$$E_{labda} = \frac{1}{2} m_p v_e^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 8,4^2 = 176,4 \text{ J}$$

$$E_{kocsi} = \frac{1}{2} (m+M) v_i^2 = \frac{1}{2} \cdot 70 \cdot 0,6^2 = 12,6 \text{ J}$$

$$E = E_e + E_a = 176,4 + 12,6 = 189 \text{ J} \rightarrow \text{Munkából}$$

$$W = \Delta E = 189 \text{ J}$$

2. Tarzan egy 10 m magasán lévő faágon ül. Észreveszi, hogy kedvesét egy oroszlán fenyegeti. Megfeszít egy 10 méter hosszú liánt az ábrának megfelelően, amely épp a kedvese felett rögzül. Tarzan a liánt fogva, kezdősebesség nélkül elindul a fáról. Kérfvőnek legalsó pontján magához öleli kedvesét, majd együtt fellelendülnek egy közelben álló fa ágára. Tarzan 80 kg, kedvese 60 kg tömegű. (A szereplőket tekintjük pontszerűeknek. A lián tömege és a megnyúlása elhanyagolható.)  
(2006. október)



- a) Mekkora Tarzan sebessége a kedvese elkapása előtti pillanatban?  
 b) Mekkora a sebessége közvetlenül az elkapás utáni pillanatban?  
 c) Legfeljebb milyen magas faágra jutnak fel együtt?

Adatok:

$$\begin{aligned}
 h_1 &= 10 \text{ m} \\
 l &= 10 \text{ m} \\
 m_T &= 80 \text{ kg} \\
 m_K &= 60 \text{ kg} \\
 g &= 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}
 \end{aligned}$$

a) mechanika: energiamegmaradás

$$\frac{1}{2} m_T v^2 = m_T g h \rightarrow v = \sqrt{2gh} = \underline{\underline{14 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

b) Az elkapás megvalósulása után, az az utolsó pillanatban az energia nem marad meg, hiszen a ráadásból is, mozgási energia csökken.

szárazlélmegmaradás:

$$m_T \cdot v + m_K \cdot v_K = (m_T + m_K) \tilde{v}$$

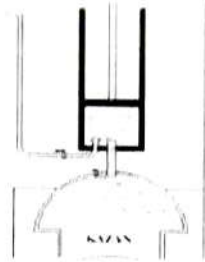
$$\tilde{v} = \frac{m_T \cdot v}{m_T + m_K} = \frac{80 \cdot 14}{80 + 60} = \underline{\underline{8,06 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

c) mechanika: energiamegmaradás újabb

$$\frac{1}{2} (m_T + m_K) \tilde{v}^2 = (m_T + m_K) g h$$

$$h = \frac{\frac{1}{2} (m_T + m_K) \tilde{v}^2}{g (m_T + m_K)} = \frac{0,5 \cdot 140 \cdot 8,06^2}{9,81 \cdot 140} = \underline{\underline{3,31 \text{ m}}}$$

3. Egy gőzgép hengerében a dugattyú  $d = 15$  cm átmérőjű, a gőz a dugattyút  $s = 20$  cm-es úton tolja fel. A hengerben a nyomás a tágulásakor átlagosan  $p = 2 \cdot 10^5$  Pa. A külső légköri nyomás  $p_k = 10^5$  Pa! Mennyi ideig mozog a dugattyú, ha tágulás közben a gőzgép teljesítménye  $P = 2,7$  kW? (A súrlódási veszteségektől és a dugattyú súlyától tekintsünk el!) (2013. május)



$$F = A \cdot p$$

Adatok:

$$d = 15 \text{ cm} = 0,15 \text{ m}$$

$$s = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$$

$$p_b = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$P = 2,7 \text{ kW} = 2700 \text{ W}$$

$$p_k = 10^5 \text{ Pa}$$

$$t_m = ?$$

$$\text{dugattyú területe, } A = \frac{d^2}{4} \cdot \pi = \pi \cdot 0,075^2 = 0,0176 \text{ m}^2$$

$$\Delta p = p_{\text{belső}} - p_{\text{külső}} = 2 \cdot 10^5 - 10^5 = 10^5 \text{ Pa}$$

$$F = A \cdot \Delta p = 0,0176 \text{ m}^2 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 1765,14 \text{ N}$$

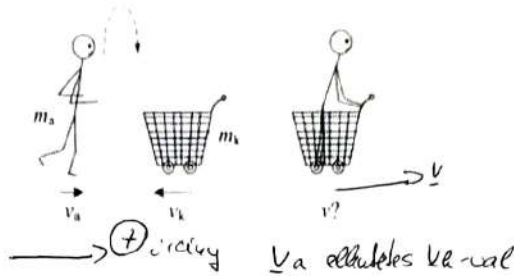
A dugattyú emelkedése közben végzett munka = a gőz által a dugattyúra végzett összes munka

emelkedés közben végzett munka:

$$W = F \cdot s = 1765,14 \cdot 0,2 = 353,43 \text{ J}$$

$$\text{teljesítmény: } P = \frac{W}{t} \rightarrow t = \frac{W}{P} = \frac{353,43}{2700} = \underline{\underline{0,1309 \text{ s}}}$$

4. Egy 60 kg tömegű atléta 7,2 km/h sebességgel mozog, amikor felé löknek egy 10 kg tömegű, 10,8 km/h sebességű bevásárlókocsit. Az atléta a kocsi közeledtével felugrik, s a kocsiban landol. (A felugrás közben megtartja korábbi vízszintes sebességét.)  
(2014. május) *előzetes*



- a) Milyen irányban és mekkora sebességgel fog haladni ezután a kocsi a benne lévő atlétával együtt?  
b) Mennyit változott az atléta, illetve a kocsi mozgási energiája?

Adatok:  $M = 60 \text{ kg}$   
 $v_a = 7,2 \text{ km/h} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$   
 $m = 10 \text{ kg}$   
 $v_k = 10,8 \text{ km/h} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

a) Kezdeti megmaradás:  
 $m \cdot v_k + M \cdot v_a = (m + M) \cdot v$   
 $v = \frac{-10 \cdot 3 + 60 \cdot 2}{80} = \underline{\underline{1,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$

Mivel az atléta mozgásának irányát váltja pozitívra és a közös sebességre is pozitív értéket kapunk, ezért az atléta mozgási energiájában fogalunk egyenlő mozgani.

b) atléta:  
 $E_a = \frac{1}{2} M v_a^2 = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 2^2 = 120 \text{ J}$   
 $E_a' = \frac{1}{2} M \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 1,8^2 = 97,2 \text{ J}$   
 $\Delta E_a = E_a' - E_a = \underline{\underline{-22,8 \text{ J}}}$  → energiát vesztett

kocsi:  
 $E_k = \frac{1}{2} m v_k^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 3^2 = 45 \text{ J}$   
 $E_k' = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 1,8^2 = 16,2 \text{ J}$   
 $\Delta E_k = E_k' - E_k = \underline{\underline{-28,8 \text{ J}}}$  mozgási energiája csökken

→ energia nem marad meg, rugalmatlan, csak az impulzus