

# Mit kell tudni a műszaki BSc képzések előtt matematikából?

Összefoglaló a BME alapszakjain tanulmányaikat kezdő hallgatók számára

## Algebra

### Számhalmazok

Ismerned kell a halmazelméleti jelöléseket és alapfogalmakat, és az egyes számhalmazok tulajdonságait.

Természetes számok:  $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

Pozitív természetes számok:  $\mathbb{N}^+ = \{n \mid n \in \mathbb{N} \text{ és } n > 0\} = \{1, 2, 3, \dots\}$

Egész számok:  $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

Pozitív egész számok:  $\mathbb{Z}^+ = \{n \mid n \in \mathbb{Z} \text{ és } n > 0\} = \{1, 2, 3, \dots\} = \mathbb{N}^+$

Racionális számok:  $\mathbb{Q} = \left\{ q \mid \text{ha van olyan } n \in \mathbb{Z} \text{ és } m \in \mathbb{Z}, \text{ hogy } q = \frac{n}{m} \right\}$

Valós számok:  $\mathbb{R}$

Kapcsolat:  $\mathbb{N}^+ \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

### Elemi algebrai műveletek

Megbízhatóan kell tudni a zárójelek használatát, a törtekkel végzett műveleteket (összeg, különbség, közös nevezőre hozás, szorzás, osztás, bővítés, egyszerűsítés, gyöktelenítés), ismerni kell az abszolút érték fogalmát:

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{ha } a \geq 0 \\ -a, & \text{ha } a < 0 \end{cases}$$

### Faktoriális és binomiális együttható

$$n! = n(n-1)(n-2)\dots 2 \cdot 1$$

$$0! = 1$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

## A legfontosabb algebrai azonosságok

Függvénytáblázat használata nélkül fel kell ismerni és alkalmazni a következő nevezetes azonosságokat.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

## Műveletek hatványokkal, gyökökkel

Ismerni kell a hatványozás definícióját és kiterjesztéseit.

$$\text{Ha } n \in \mathbb{N}^+, a \in \mathbb{R}$$

$$a^n = a \cdot a \cdot \dots \cdot a \text{ (} n\text{-szer)}$$

$$\text{Ha } a \in \mathbb{R}, a \neq 0$$

$$a^0 = 1$$

$$\text{Ha } n \in \mathbb{N}^+, a \in \mathbb{R}, a \neq 0$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\text{Ha } n, m \in \mathbb{N}^+, m \neq 1, a > 0$$

$$a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n}$$

Függvénytáblázat használata nélkül fel kell ismerni és alkalmazni a hatványozás és gyökvonás azonosságait. (Feltételezzük, hogy az alább szereplő valamennyi kifejezés értelmezve van.)

Szorzat és tört hatványozása

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Szorzat és tört gyöke

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

Azonos alapú hatványok

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

Hatvány hatványozása

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

## Műveletek $a$ alapú logaritmussal

Függvénytáblázat használata nélkül fel kell ismerni és alkalmazni az általános,  $a$  alapú logaritmus definícióját és azonosságait. (Feltételezzük, hogy az alább szereplő valamennyi kifejezés értelmezve van.)

*Definíció:* az a kitevő, amelyre  $a$ -t emelve  $x$ -et kapunk

$$a^{\log_a x} = x \quad (x > 0, a > 0, a \neq 1)$$

Következmények

$$\log_a 1 = 0 \quad \text{és} \quad \log_a a = 1$$

Szorzat logaritmusa

$$\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$$

Hányados logaritmusa

$$\log_a \left( \frac{x}{y} \right) = \log_a x - \log_a y$$

Hatvány logaritmusa

$$\log_a x^n = n \log_a x$$

Átváltás az alapok között

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

Jelölés

$$\log_{10} x = \lg x$$

## Példák az algebra témakörébe tartozó feladatokra

Gyöktelenítsd a nevezőt:  $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{18} - \sqrt{2}}$

Égyszerűsítsd a következő kifejezést ( $c > 0$ ):  $\sqrt{\frac{c}{\sqrt[3]{c^2} \cdot \sqrt{c}}}$

Mennyi a  $\frac{4^{-9} + 4^{-6}}{4^{-9} + 4^{-7}}$  tört értéke?

Fejzd ki B-t a  $t = \frac{\lg A - \lg B}{\lg 2}$  kifejezésből!

Mennyivel egyenlő a  $\left( \frac{\sqrt{10}}{10} \right)^{-2 + \lg 9}$  kifejezés?